GEOMETRIÆ CAVALERII

LIBER QVINTVS.

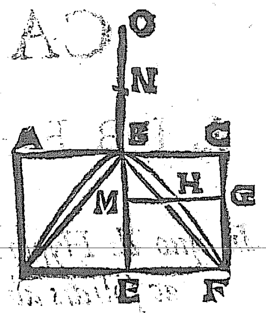
In quo de Hyperbola, Oppositis Sectionibus, ac solidis ab eisdem genitis, habetur contemplatio.

THEOREMA I. PROPOS. I.

OMNIA quadrata Hyperbolæ, regula sumpta basi scilicet vna ex ordinatim applicatis ad axim, vel diametrum eiusdem, ad omnia quadrata parallelogrammi in eadem basi, & altitudine cum ipsa, erunt vt linea composita ex dimidia transuersi lateris hyperbolæ, & [illegible] diametri, vel axis eiusdem, ad compositam ex transuerso latere, & axi, vel diametro eiusdem: Eadem verò ad omnia quadrata trianguli in eadem basi, & altitudine cum ipsa erunt, vt cõposita ex sexquialtera transuersi lateris, & axi, vel diametro eiusdem, ad compositam ex transuerso latere, & axi, vel diametro eiusdem.

Sit

Sit igitur hyperbola, DBF, in basi, DF, cuius axis, vel diameter, EB, & transuersum latus, BO, bifariam diuisum in, N, describatur verò parallelogrammũ, AF, in eadem altitudine, & basi cum hyperbola, DBF, & nunc circa axim, vel diametrum, BE, circa quam sit etiam triangulum, BDF. Dico ergo omnia quadrata hyperbolæ, DBF, regula, DF, ad omnia quadrata, AF, esse vt compositam ex, NB, & $\frac{1}{3}$. BE, ad, OE; ad omnia verò quadrata trianguli, DBF, esse vt compositam ex sesquialtera, OB, & ipsa, BE, ad, OE, sumatur in, BE, vtcunq; punctum, M, & per, M, ducatur, MG, parallela ipsi, DF, secans curuam hyperbolæ in, H. Est ergo quadratum, EF, vel quadratum, GM, ad quadratum, MH, vt rectangulum, OEB, ad rectangulum, OMB, est autem, BF, parallelogrãmum in eadem altitudine, & basi cum semihyperbola, BEF, & punctum, M, vtcunq; sumptum, per quod acta est ipsi, DF, parallela, MG, regula, DF, repertumque est, vt quadratum, GM, ad quadratum, MH, ita esse rectangulum, OEB, ad rectangulum, OMB, ergo horum quatuor ordinum magnitudines erunt proportionales .s. omnia quadrata, BF, magnitudines primi ordinis collectæ iuxta primam .s. iuxta quadratum, GM, ad omnia quadrata semihyperbolæ, BEF, magnitudines secundi ordinis collectas iuxta secundam .s. iuxta quadratum, MH, erunt vt rectangula sub maximis abscissarum, BE, magnitudines tertij ordinis collectę iuxta tertiam .s. iuxta rectangulum sub, OE, EB, ad rectangula sub omnibus abscisis, EB, adiuncta, BO, & sub omnibus abscisis, EB, magnitudines quarti ordinis collectas iuxta primam, .s. iuxta rectangulum, OMB; verum rectangula sub maximis abscissarum, EB, adiuncta, BO, & sub maximis abscissarum, EB, ad rectangula sub omnibus abscisis, EB, adiuncta, BO, & sub omnibus abscisis, EB, recti, vel eiusdem obliqui transitus, sunt vt, OE, ad compositam ex, NB, & $\frac{1}{3}$. BE, ergo, conuertendo, omnia quadrata semihyperbolæ, BEF, ad omnia quadrata, BF, vel eorum quadrupla .s. omnia quadrata hyperbolæ, DBF, ad omnia quadrata, AF, etiam si, AF, non esset circa axim, vel diametrum, BE, sed tantum in eadem altitudine cum hyperbola, DBF, erunt, vt composita ex $\frac{1}{2}$. OB, & $\frac{1}{3}$. BE, ad, OE.



39.l.3.& Scho. 40.

Coroll.3. 26.l.2.

Corol.3. l.2.

24.l.2.

Quoniam verò omnia quadrata, AF, sunt tripla omnium quadratorum trianguli, DBF, ideò sunt ad illa, vt OE, ad $\frac{1}{3}$. OE, ostensum autem est omnia quadrata hyperbolæ, DBF, ad omnia quadrata, AF, esse vt compositam ex $\frac{1}{2}$. OB, & $\frac{1}{3}$. BE, ad, OE, ergo, ex æquali, omnia quadrata hyperbolæ, DBF, ad omnia quadrata trianguli, DBF, etiam si non esset circa axim, vel diametrum, BE, sed tantum in eadem altitudine cum hyperbola, DBF, erunt vt cõposita ex $\frac{1}{2}$. OB. & $\frac{1}{3}$. BE, ad $\frac{1}{3}$. OE, vel vt horum tripla .i. vt composita ex sesquialtera, OB, & ipsa, BE, ad, OE, quod ostendere opus erat.

THEOREMA II. PROPOS. II.

SI duæ ad axim, vel diametrum hyperbolæ ordinatim applicatæ fuerint rectæ lineæ, hyperbolas constituentes, sit autem earum altera regula: omnia quadrata hyperbolæ ab vna earundem constitutæ ad omnia quadrata hyperbolæ per aliam constitutæ, erunt vt parallelepipedum sub composita ex sesquialtera transuersi lateris hyparbolarum dictarum, & sub axi, vel diametro hyperbolæ primò dictæ, & sub quadrato eiusdem axis, vel diametri ad parallelepipedum sub composita ex eiusdem transuersi lateris sesquialtera, & axi, vel diametro hyperbolæ secundò dictæ, & sub quadrato eiusdem axis, vel diametri.

Sint intra curuam hyperbolæ duæ vtcunq; ad axim, vel diametrum, NE, ordinatim ductæ rectæ lineæ, HG, DF, hyperbolas, NHG, NDF, constituentes, sit autem earum altera, vt, DF, sumpta pro regula, & transuersum eorundem latus, NO, bifariam diuisum in, B, cui in directum sit adiecta, OX, æqualis dimidiæ, ON. Dico ergo omnia quadrata hyperbolæ, DNF, ad omnia quadrata hyperbolæ, HNG, esse vt parallelepipedum sub, XE, & quadrato, EN, ad parallelepipedum sub, XM, & quadrato, MN. Fiant ergo in basibus, DF, HG, & circa axes, vel diametros, NM, ME, parallelogramma, AF, CG: Omnia ergo quadrata hyperbolæ, DNF, ad omnia quadrata hyperbolæ, HNG, habent rationem compositam ex ea, quam habent omnia quadrata hyperbolæ, DNF, ad omnia quadrata, AF, omnia quadrata, AF, ad omnia quadrata, CG, & omnia quadrata, CG, ad omnia quadrata hyperbolæ, HNG; sed omnia quadrata hyperbolæ, DNF, ad omnia quadra-

Defin.12. l.1.

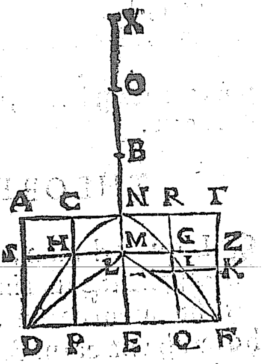
Ex antec.

16. l. 2. drata, AF, sunt vt composita ex ½. ON. .i. ex, BN, & ⅓. NE, ad, OE, vel vt istorum tripla .s. vt, XE, ad triplam, OE. Insuper omnia quadrata, AF, ad omnia quadrata, CG, habent rationem compositã ex ea, quã habet quadratũ, DF, ad quadratũ, HG, idest rectangulum, OEN, ad rectãgulũ, OMN, .i. horũ tripla, .s. rectangulum subtripla, OE, &, EN, sola, ad rectã gulũ sub tripla, OM, & sola, MN, & ex rñe, EN, ad, NM; tandem omnia quadrata, CG, ad omnia quadrata hyperbolæ, HNG, sunt vt, OM, ad cõpositam ex, BN, & ⅓. NM, .i. vt tripla, OM, ad, MX, idest sumpta, MN, communi altitudine, vt rectangulũ sub tripla, OM, & sub, MN, ad rectãgulũ sub, XM, MN, ergo omnia quadrata hyperbolæ, DNF, ad omnia quadrata hyperbolæ, HNG, habent rationem compositam ex ea, quam habet, XE, ad triplam, EO, .i. sumpta, EN, communi altitudine, ex ea, quam habet rectangulum, XEN, ad rectangulum sub, NE, & tripla, EO, & ex ea, quam habet rectangulum sub tripla, OE, & sub, EN, ad rectangulum sub tripla, OM, & sub, MN, & rectangulum sub tripla, OM, & sub, MN, ad rectangulum sub, MN, & MX, & tandem ex ea, quam habet, EN, ad, NM; porrò istæ rationes .s. quam habet rectangulum sub, XE, &, EN, ad rectangulum sub tripla, OE, &, EN, item quam habet rectangulum sub tripla, OE, &, EN, ad rectangulum sub tripla, OM, & MN, & quam habet rectangulum sub tripla, OM, &, MN, ad rectangulum, XMN, conficiunt rationem rectanguli, XEN, ad rectangulum, XMN, quæ simul cum ratione: quam habet, EN, ad, NM, conficit rationem parallelepipedi sub, NE, & rectangulo, NEX, .i. sub, XE, & quadrato, EN, ad parallelepipedum sub, NM, & rectangulo, NMX, .i. sub, XM, & quadrato, MN, ergo omnia quadrata hyperbolæ, DNF, ad omnia quadrata hyperbolæ, HNG, erunt vt parallelepipedum sub, XE, & quadrato, EN, ad parallelepipedum sub, XM, & quadrato, MN, quod ostendere oportebat.

Corol. 39. & Sch. 40. l. 1.

Ex antec.

56. l. 2.

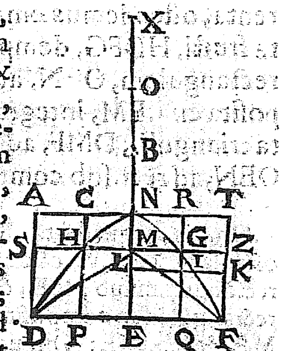


THEOREMA III. PROPOS. III.

IN eadem antecedentis figura, si producatur, HG, hinc inde vsque ad curuam hyperbolicam, cui incidat in, SZ,

NX, & ON, & ⅓. NE, regula eadem, DF, retenta; ostendemus omnia quadrata parallelogrammi, SF, ad omnia quadrata frusti hyperbolæ, HDFG, esse vt rectangulum, OEN, ad rectangulum sub, OE, &, NM, vna cum rectangulo sub composita ex, ½. NO, & ⅓. ME, & sub, ME; Omnia verò quadrata trianguli, DMF, ad omnia quadrata eiusdem frusti, HDFG, esse vt rectangulum, OEN, ad rectangulum sub, OE, & tripla, NM, vna cum rectangulo sub composita ex, NX, & ME, sub, ME.

Sumatur in, ME, vtcunq; punctum, L, & per ipsum regulæ, DF, parallela ducatur, LK, curuam hyperbolicam in, I, secans; Est ergo quadratum, EF, vel quadratum, LK, ad quadratum, LI, vt rectangulum, OEN, ad rectangulum, OLN; est autem parallelogrammum, MF, in eadem basi, &, altitudine cum figura, MGFE, punctum, L, sumptum est vtcunque, perq; ipsum regulæ, DF, ducta parallela, LK, repertum est, vt quadratum, KL, ad quadratum, LI, ita esse rectangulum, OEN, ad rectangulũ, OLN; quatuor ergo ordinum magnitudines constructæ iuxta has quatuor inuentas magnitudines proportionales, erunt quoq; proportionales .i. omnia quadrata, MF, ad omnia quadrata figuræ, MGFE, quæ sunt magnitudines primi, & secundi ordinis constructæ iuxta primã, & secundam .s. iuxta quadratum, KL, & quadratum, LI, erunt, vt Coroll. 3. 26. l. 2. rectangula sub maximis abscissarum, EM, adiuncta, MO, & sub maximis abscissarum, EM, adiuncta, MN, ad rectangula sub omnibus abscissis, EM, adiuncta, MO, & sub omnibus abscissis, EM, adiuncta, MN, quæ sunt magnitudines tertij, & quarti ordinis collectæ iuxta tertiam, & quartam .s. iuxta rectangulum, OEN, OLN; verum rectangula sub maximis abscissarum, EM, adiuncta, MO, & sub eisdem adiuncta, MN, ad rectangula sub omnibus abscissis, EM, adiuncta, MO, & sub iisdem adiuncta, MN, omnibus recti vel eiusdem obliqui transitus sumptis, sunt, vt rectangulum, Corol. 31. l. 2. OEN, ad rectangulum sub, OE, &, NM, vna cum rectangulo sub composita ex ½. ON, & ⅓. ME, & sub, ME, ergo omnia quadrata, MF, ad omnia quadrata figuræ, GMEF, vel horum quadrupla .i. omnia quadrata, SF, ad omnia quadrata frusti, HDFG,



erunt, vt rectangulum, OEN, ad rectangulum sub, OE, &, NM, vna cum rectang. sub composita ex $\frac{1}{2}$. ON, & $\frac{1}{3}$. ME, & sub, ME.

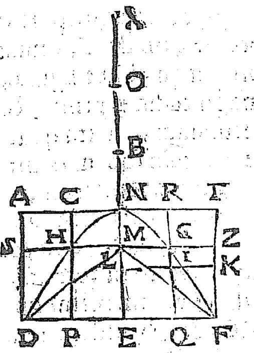
24. l. 2. Quia verò omnia quadrata trianguli, DMF, sunt $\frac{1}{3}$. omnium quadratorum, SF, ideò ad omnia quadrata frusti, HDFG, erunt vt $\frac{1}{3}$. rectanguli, OEN, ad rectangulum sub, OE, &, NM, vna cũ rectangulo sub composita ex $\frac{1}{2}$. ON, & $\frac{1}{3}$. ME, & sub, ME, vel vt horum tripla .i. vt rectangulum, OEN, ad rectangulum sub, OE, & tripla, N M, vna cum rectangulo sub composita ex sexquialtera, ON, .i. ex, NX, & ON, & $\frac{2}{3}$. NE, & sub, ME, quę ostendere opus erat.

THEOREMA IV. PROPOS. IV.

IN eadem antecedentis figura productis, CH, RG, versus basem, DF, cui incidant in, PQ, regula eadem retenta, ostendemus omnia quadrata, SF, ad omnia quadrata frusti, HDFG, demptis omnibus quadratis, HQ, esse vt rectangulum, OEN, ad rectangulum sub, EM, & sub composita ex $\frac{1}{2}$. EM, integra, MN, & $\frac{1}{2}$. NO: Omnia verò quadrata trianguli, DMF, ad eadem esse ostendemus, vt rectang. OEN, ad rect. sub composita ex, EX, dupla, NM, & sub, ME.

In antec. Omnia .n. quadrata, SF, ad omnia quadrata frusti, HDFG, ostensa sunt esse, vt rectangulum, OEN, ad rectangulum sub, OE, & NM, vna cum, rectangulo sub composita ex $\frac{1}{2}$. ON, & $\frac{1}{3}$. ME, & sub, ME: Omnia verò quadrata, SF, ad omnia quadrata, HQ, sunt vt quadratum, D F, ad quadratum, P Q, vel ad quadratum, HG, .i. vt rectangulum, OEN, ad rectangulum, OMN, ergo eadem ad reliquum omnium quadratorum frusti, DHGF, demptis omnibus quadratis, HQ, erunt vt rectangulum, OEN, ad reliquum, dempto rectangulo, OMN, à rectangulis sub, OE, MN, & sub composita ex $\frac{1}{2}$. ON, & $\frac{1}{3}$. ME, & sub, ME, est autem rectangulum sub, OE, MN, æquale rectangulis sub, OM, MN, & sub, EM, MN, ergo dempto rectangulo, OMN, à rectangulo sub, OE, MN, remanet rectangulum, EMN, ad quod vna cum rectangulo sub composita ex $\frac{1}{2}$. ON, & $\frac{1}{3}$. ME, & sub, ME, ipsum rectangulum OEN, erit, vt omnia quad. SF, ad omnia quad. frusti, HDFG, dēptis

(Margin notes: 9. l. 2. — 39. & Sch. 40. l. 1. — 1.2. Elem.)



ptis omnibus quadratis, HQ, æquatur autem rectangulum, EMN, cum rectangulo sub, EM, & sub composita ex $\frac{1}{2}$. EM, & $\frac{1}{2}$. NO, rectangulo sub, EM, & sub composita ex $\frac{1}{2}$. EM. integra, MN, & $\frac{1}{2}$. NO, ergo omnia quadrata, SF, ad omnia quadrata frusti, DHGF, demptis omnibus quadratis, HQ, erunt vt rectangulum, OEN, ad rectangulum sub, EM, & sub composita ex $\frac{1}{2}$. EM, integra, MN, & $\frac{1}{2}$. NO.

Omnia verò quadrata trianguli, DMF, ad eadem erunt, vt $\frac{1}{3}$. rectanguli, OEN, ad rectangulum sub, EM, & sub composita ex $\frac{1}{2}$. EM, integra, MN, & $\frac{1}{2}$. NO, .i. vt totum rectangulum sub, OEN, ad rectangulum sub, EM, & sub composita ex, EM, tripla, MN, &, NX, .i. sub, EM, & sub composita ex, EX, & dupla, MN, quæ ostendenda erant.

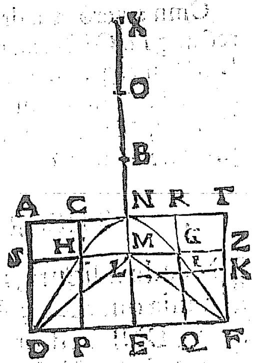
THEOREMA V. PROPOS. V.

IN eadem figura, regula eadem retenta, ostendemus omnia quadrata, AF, demptis omnibus quadratis hyperbolæ, DNF, ad omnia quadrata, SF, demptis omnibus quadratis frusti, HDFG, esse vt parallelepipedum sub cōposita ex ipsa, XE, EN, & sub quadrato, NE, ad parallelepipedum sub composita ex eadem, XE, & cum, EN, NM, & sub quadrato, ME.

Quia enim omnia quadrata, AF, ad omnia quadrata hyperbolæ, DNF, sunt vt, OE, ad compositam ex $\frac{1}{2}$. ON, & $\frac{1}{3}$. NE, ideò per conuersionem rationis, & conuertendo omnia quadrata, AF, demptis omnibus quadratis hyperbolæ, DNF, ad omnia quadrata, AF, erunt vt composita ex $\frac{1}{2}$. ON, & $\frac{2}{3}$. NE, ad, OE, .i. sumpta, NE, communi altitudine, vt rectangulum sub composita ex $\frac{1}{2}$. ON, & $\frac{2}{3}$. NE, & sub, NE, ad rectangulum, OEN. Quoniam verò omnia quadrata, AF, demptis omnibus quadratis hyperbolæ, DNF, ad omnia quadrata, SF, demptis omnibus quadratis frusti, DHGF, habent rationem compositam ex ea, quam habent omnia quadrata, AF, demptis omnibus quadratis hyperbolæ, DNF, ad omnia quadrata, AF, .i. ex ea, quam habet rectangulum sub composita ex $\frac{1}{2}$. ON, & $\frac{2}{3}$. NE, & sub, NE, ad rectangulum, NEO; & ex ratione, quam habent omnia quadrata, AF, ad omnia quadrata, SF, idest ex ea, quam habet, NE, ad, EM, & tandem ex ea, quam habent omnia quadrata, SF, ad omnia quadrata, SF, demptis omnibus quadratis frusti, HDFG, ideò

(Margin notes: 1. huius. — Defin.12. l. 1. — 10. l.2.)

G, ideò omnia quadrata, AF, demptis omnibus quadratis hyper-
bol.e, DNF, ad omnia quadrata, SF, demptis omnibus quadra-
tis frusti, HDFG, habebunt rationem compositam ex ea, quam
habet rectangulum sub composita ex $\frac{1}{2}$. ON, & $\frac{2}{3}$. NE, & sub, N
E, ad rectangulum, NEO, & ex ea, quam habet, NE, ad, EM,
& ex ea, quam habent omnia quadrata, SF, ad omnia quadrata,
SF, demptis omnibus quadratis frusti, HD
FG. Quoniam autem omnia quadrata,
SF, ad omnia quadrata frusti, HDFG, sūt
vt rectāgulum, OEN, ad rect. sub OE, NM,
cum rectāg. sub composita ex $\frac{1}{2}$. ON, & $\frac{1}{3}$.
ME, & sub, ME, ideò oīa quadrata, SF, ad
residuum, dēptis omnibus quadratis frusti,
HDFG, erunt vt rectangulum, OEN, ad
residuum, demptis à rectangulo, OEN, re-
.huius. ctangulo, sub, OE, NM, vna cum rectan-
gulo sub composita ex $\frac{1}{2}$. ON, & $\frac{1}{3}$. ME,
& sub, ME; si igitur à rectangulo, OEN,
dempseris rectangulum sub, OE, MN, re-
manebit rectangulum sub, OE, EM, rur-



sus si à rectangulo sub, OE, EM, dempseris rectangulum sub com-
posita ex $\frac{1}{2}$. ON, & $\frac{1}{3}$. ME, & sub, ME, .i. si dempseris rectangu-
lum sub, OB, &, ME, remanebit rectangulum sub, BE, EM, à quo
si adhuc auferas rectangulum sub $\frac{1}{3}$. ME, & sub, ME, .i. $\frac{1}{3}$. qua-
drati, ME, habebimus rectangulum, BEM, dempto $\frac{1}{3}$. quadrati,
ME, ad quod rectangulum, OEN, erit vt omnia quadrata, SF, ad
sui reliquum, demptis omnibus quadratis frusti, HDFG, ergo om-
nia quadrata, AF, demptis omnibus quadratis hyperbolæ, DNF,
ad omnia quadrata, SF, demptis omnibus quadratis frusti, HDF
G, habebunt rationem compositam ex his rationibus .s. ex ea, quā
habet rectangulum sub composita ex $\frac{1}{2}$. ON, & $\frac{2}{3}$. NE, & sub, NE,
ad rectangulum, OEN, & ex ratione, NE, ad, EM, & ex ea, quam
habet rectangulum, OEN, ad rectangulum, BEM, dempto $\frac{1}{3}$. qua-
drati, ME; harum autem istæ duæ, quam .s. habet rectangulum
sub composita ex $\frac{1}{2}$. ON, & $\frac{2}{3}$. NE, & sub, NE, ad rectangulum,
OEN, & quam habet rectangulum, OEN, ad rectangulum, BEM,
dempto $\frac{1}{3}$. quadrati, ME, conficiunt rationem rectanguli sub com-
posita ex $\frac{1}{2}$. ON, & $\frac{2}{3}$. NE, & sub, NE, ad rectangulum, BEM,
dempto $\frac{1}{3}$. quadrati, ME, vel, his triplicatis, conficiunt rationem
rectanguli sub composita ex tribus, BN, .s. ex, NX, & ter $\frac{2}{3}$. NE,
.s. dupla, NE, .s. sub composita ex, NE, &, EX, & sub, NE, ad
rectangulum sub tripla, BE, & sub, EM, demptis $\frac{3}{3}$. idest integro
dem-

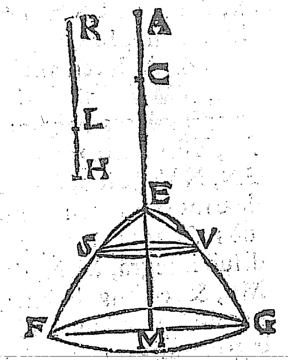
dempto quadrato, ME, quia verò tripla, BE, est composita ex, E
X, & dupla, EN, si à rectangulo sub composita ex, EX, & dupla,
EN, & sub, EM, abstuleris quadratum, ME, .i. rectangulum sub,
ME, &, ME, remanebit rectangulum sub composita ex ipsa, XE,
EN, NM, & sub, EM, illas ergo tres componentes rationes in has
duas resolutas habemus, scilicet in eam, quam habet rectangulū
sub, XEN, integra, & sub, EN, ad rectangulum sub integra, XE,
EN, NM, & sub, ME, & in eam, quam habet, NE, ad, EM, quæ
duæ rationes componunt rationem parallelepipedi sub, NE, &
sub rectangulo integræ, XEN, ductæ in, EN, idest parallelepipe-
di sub integra, XEN, & quadrato, NE, ad parallelepipedum sub, 36..1.
ME, & rectangulo integræ, XE, EN, NM, ductæ in, ME, .i. ad
parallelepipedum sub integra, XE, EN, NM, & quadrato, ME,
ergo omnia quadrata, AF, demptis omnibus quadratis hyperbo-
læ, DNF, ad omnia quadrata, SF, demptis omnibus quadratis
frusti, HDFG, erunt vt parallelepipedum sub integra, XEN, &
quadrato, NE, ad parallelepipedum sub integra, XE, EN, NM,
& quadrato, ME, quod erat ostendendum.

PROBLEMA I. PROPOS. VI.

A Data hyperbola portionem abscindere per lineam ad eiusdem axim, vel diametrum ordinatim applicatam, cuius omnia quadrata, regula propositæ hyperbolæ basi, ad omnia quadrata trianguli in eadem basi, & circa eundem axim, vel diametrum cum portione, siue hyperbola abscissa, existentis, habeant datam rationem, quam oportet esse quidem maioris inæqualitatis, sed tamen minorem sexquialtera.

Sit ergo data hyperbola, FEG, cuius axis, vel diameter, EM & larus transuersum, CE, cuius sit, AE, sexquialtera, basis, & regula, FG, data ratio, quam habet, HR, ad, RL, maioris inæqualitatis, sed minor sexquialtera, oportet ergo ab hyperbola, FEG, per lineam ad, EM, ordinatim applicatam .i. basi, siue regulæ, FG, parallelam, portionem, siue hyperbolam abscindere, cuius omnia quadrata ad omnia quadrata trianguli in eadem basi, & circa eundem axim, vel diametrum cum ipsa habeant rationem, quam habet, HR, ad, RL; quia ergo ratio, HR, ad, RL, est minor sexquialtera, erit minor ea, quam habet, AE, ad, EC, & etiā
diui-

diuidendo minor ea, quam habet, AC, ad, CE, eandem ergo, quam habet, HL, ad, LR, habebit, AC, ad maiorem, CE, sit illa, CO, & per, O, ducatur, SV, parallela ipsi regulæ, FG, iunganturque, SE, EV: Omnia ergo quadrata hyperbolæ, SEV, ad omnia quadrata trianguli, SEV, sunt vt, AO, ad, OC, quia verò, AC, ad, CO, est vt, HL, ad, LR, componendo, AO, ad, OC, erit vt, HR, ad, RL, ergo omnia quadrata hyperbolæ, SEV, ad omnia quadrata trianguli, SEV, erunt vt, HR, ad, RL, .i. in ratione data, quod facere opus erat.



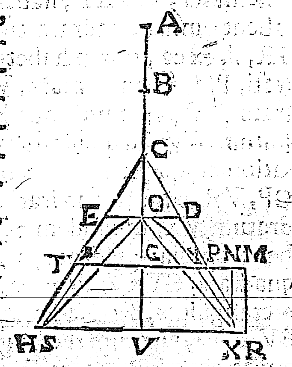
THEOREMA VI. PROPOS. VII.

SI circa datam hyperbolam describantur asymptoti, eiusdem autem basis vsq; ad asymptotos producatur, quæ sumatur pro regula: Omnia quadrata hyperbolæ ad omnia quadrata trianguli asymptotis, & basi comprehensi, habebunt rationem compositam ex ea, quam habet quadratum basis hyperbolæ ad quadratum basis trianguli, & ex ea, quam habet rectangulum sub composita ex sexquialtera transuersi lateris, & axi, vel diametro datæ hyperbolæ, sub eodem axi, vel diametro, ad rectangulum sub composita ex transuerso latere, & axi, vel diametro eiusdem hyperbolæ; & sub composita ex $\frac{1}{2}$. transuersi lateris, & eodem axi, vel diametro.

Sit igitur data hyperbola, cuius basis, SX, circa axim, vel diametrum, OV, cuius transuersum latus sit, BO, bifariam in C, diuisum, sit autem illi in directum adiuncta, AB, æqualis, BC, deinde ducta per, O, tangente hyperbolam, quæ sit, ED, cui erit parallela basis, SX, abscindantur, EO, OD, ita vt quadratum, EO, & quadratum, OD, seorsim sint æqualia quartæ parti rectanguli sub, BO, latere transuerso, & sub eiusdem recto latere, si ergo
1. 2. Co. iunctis, CE, CD, ipsæ producantur indefinitè versus basim, SX, cui productæ occurant in punctis, H, R, erunt, CH, CR, asymptoti

ptoti

ptoti datæ hyperbolæ. Dico igitur omnia quadrata hyperbolæ, SOX, ad omnia quadrata trianguli, HCR, habere rationem compositam ex ea, quam habet quadratum, SX, ad quadratum, HR, & rectangulũ, AVO, ad rectangulum, BVC, iungantur, OS, OX: Omnia ergo quadrata hy- Defin. 12.
perbolæ, SOX, ad omnia quadrata trianguli, l. 1.
guli, HCR, habent rationem composi- 1. huius.
tam ex ea, quam habent omnia quadra- D. Cor.
ta hyperbolæ, SOX, ad omnia quadra- 22. l. 2.
ta trianguli, SOX, .i. ex ea, quam habet, AV, ad, VB, & ex ea, quam habent omnia quadrata trianguli, SOX, ad omnia quadrata trianguli, HCR, quæ est composita ex ea, quam habet quadratum, S- 6 sec.
X, ad quadratum, HR, & ex ea, quam habet, OV, ad, VC, habemus ergo has tres rationes componentes rationem, quam habent omnia quadrata hyperbolæ, SOX, ad omnia quadrata trianguli, HCR, scilicet eam, quam habet quadratum, SX, ad quadratum, HR, & quam habet, AV, ad, VB, & tandem, quam habet, OV, ad, VC, harum autem istæ duæ .s. quã habet, AV, ad, VB, &, OV, ad, VC, componunt rationem rectãguli, AVO, ad rectangulum, BVC, ergo omnia quadrata hyperbolæ, SOX, ad omnia quadrata trianguli, HCR, habent rationẽ compositam ex ea, quam habet quadratum, SX, ad quadratum, HR, & rectangulum, AVO, ad rectangulum, BVC, quod ostendere opus erat.

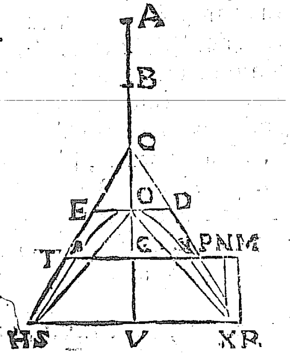


THEOREMA VII. PROPOS. VIII.

IN eadem anteced. figura, regula eadem, retenta, ostendemus (ducta intra hyperbolam, SOX, ipsa, IY, occurrente asymptotis, CH, CR, in, T, P,) omnia quadrata trapezij, THRP, ad omnia quadrata frusti hyperbolæ, ISXY, esse in ratione composita ex ea, quam habet rectangulum sub, GP, VR, cum . quadrati, PM, ad quadratum, VX, & ex ea, quam habet rectangulum, BVO, ad rectangulum sub, BV, OG, vna cum rectangulo sub composita ex .BO, & 3. GV, & sub, GV.

Du-

Ducantur per puncta, X, R, XN, RM, rectæ lineæ parallelæ axi, vel diametro hyperbolæ, OV, occurrentes, TP, productæ, in, N, M: Omnia ergo quadr. trapezij, GPRV, ad omnia quadrata quadlilinei, GVXY, habent rationem compositam ex ea, quam habent omnia quadrata trapezij, PGVR, ad omnia quadrata, GR, .i. ex ea, quam habet rectangulum sub, PG, VR, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, PM, ad quadratum, VR, & ex ea, quam habent omnia quadrata, GR, ad omnia quadrata, GX, idest ex ea, quam habet quadratum, RV, ad quadratum, VX; quæ duæ rationes componunt rationem, quam habet rectangulum sub,
28.20. GP, VR, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, PM, ad quadratum, VX; & tandem ex ea, quam habent omnia quadrata, GX, ad omnia
9.2. quadrata, GYXV, .i. ex ea, quam habet rectangulum, BVO, ad rectangulum sub, BV, GO, vna cum rectangulo sub com-
6.2. posita ex $\frac{1}{2}$. BO, & $\frac{1}{3}$. GV, & sub, GV, ergo omnia quadrata trapezij, PGVR, ad omnia quadrata quadrilinei, YGVX, vel eorum quadrupla .i. omnia quadrata trapezij, THRP, ad omnia quadrata frusti, ISXY, habebunt rationem composi-
?.huius. tam ex ea, quam habet rectangulum sub, GP, VR, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, PM, ad quadratum, VX, & ex ea, quã habet rectangulum, BVO, ad rectangulum sub, BV, GO, vna cum rectangulo sub composita ex $\frac{1}{2}$. BO, & $\frac{1}{3}$. GV, & sub, GV, quod ostendere opus erat.



THEOREMA VIII. PROPOS. IX.

Visa adhuc anteced. figura, exponemus aliter rationẽ ibi adinuentam tantummodo compositam ex duabus, ad vnam solum eandem reducentes, probando .s. omnia quadrata trianguli, HCR, regula eadem, HR, retenta omnia quadrata hyperbolæ, SOX, esse vt cubus, CV, ad omnia quadrata hyperbolæ, SOX, esse vt cubus, CV, est ad parallelepipedum ter sub, CO, & quadrato, OV, cum cubo, OV.

6.huius Nam vt in supradicta Proposit. ostensum est, omnia quadrata trianguli, CHR, ad omnia quadrata hyperbolæ, SOX, conuertẽdo, habent rationem compositam ex ea, quam habet quadratũ, HR,

HR, ad quadratum, SX, & rectangulum, BVC, ad rectangulum: AVO, quæ est composita pariter ex duabus .s. ex ea, quam habet, 5.l.2. CV, ad, VO, & ex ea, quam habet, BV, ad, VA, vt autem, BV, ad, VA, sic est, sumpta, OV, communi altitudine, rectangulum, BVO, ad rectangulum, AVO, quod serua. Sumatur nunc harum rationum componentium ea, quam habet quadratũ, HR, ad quadratum, SX, quæ est eadem ei, quam habet quadratum, HV, ad 5.2.Elem. quadratum, VS, quia verò rectangulum, HSR, cum quadrato, SV, 10.2.Cõ. est æquale quadrato, HV, ideò quadratum, VS, est excessus, quo quadratũ, HV, superat rectang. HSR, & quia rectangul. HSR, est æquale quadrato, EO, ideò, vt quadratum, HV, ad rectaugulum, 4.6.Elem. HSR, ita erit idem quadratum, HV, ad quadratum, EO, & ita erit quadratum, VC, ad quadratum, CO, quia triangula, CEO, CHV, sunt similia, ergo, per conuersionem rationis, quadratum, HV, ad excessum sui super quadratum, EO, .s. ad quadratum, VS, erit vt quadratum, VC, ad excessum sui super quadratum, CO, .i. ad rectangulũ bis sub, CO, OV, cum quadrato, OV, .i. ad rectangulum semel sub, BO, OV, cum quadrato, OV, .i. ad integrum rectangulũ, BVO; erit ergo, vt quadratum, HV, ad quadratum, VS, ita quadratum, CV, ad rectangulum, BVO, hæc ergo ratio, quam nempè habet quadratum, CV, ad rectangulum, BVO, sumpta vice eius, quam habet quadratum, HV, ad quadratum, VS, vel quadratum, HR, ad quadratum, SX, (quæ erat vna rationum componentium) componit rationem omnium quadratorum triãguli, HCR, ad omnia quadrata hyperbolæ, SOX, simul sumpta cum ea, quam habet rectangulum, BVO, ad rectangulum, AVO, & cum ea, quam habet, CV, ad, VO; harum autem trium rationũ componentium ea, quam habet quadratum, CV, ad rectangulum, BVO, & quam habet hoc rectangulum, BVO, ad rectangulum, AVO, componunt rationem quadrat., CV, ad rectangulum, AVO, illas ergo tres in has duas rationes resolutas habemus .s. in eam, quam habea quadratum, CV, ad rectangulum, AVO, & in eam, quam habet, CV, ad, VO, porro istæ duæ rationes componunt rationem parallelepipedi sub, CV, & quadrato, CV, .i. cubi, CV, ad parallelepipedum sub, OV, & rectangulo, AVO, .i. parallelepipedi sub, AV, & quadrato, VO, .i. parallelepipedi sub, AO, & quadrato, OV, cum cubo, OV, .i. parallelepipedi ter sub, CO, & quadrato, OV, cum cubo, OV; ergo omnia quadrata trianguli, 36.l.1. HCR, ad omnia quadrata hyperbolæ, SOX, erunt vt cubus, CV, ad parallelepipedum ter sub, CO, & quadrato, OV, cum cubo, OV, quod ostendere opus erat.

THEOREMA IX. PROPOS. X.

SI à centro hyperbolæ duæ intra asymptotos eiusdem ductæ fuerint rectæ lineæ indefinitè productæ, agantur autem intra curuam hyperbolicam parallelæ tangentibus in punctis concursus ductarum linearum, & curuæ hyperbolicæ hinc inde ad eandem productæ, erunt istæ bases hyperbolarum, quarum diametri, vel axes erunt portiones ductarum à centro interceptæ inter ipsas, & earundem hyperbolarum vertices: Dico autem omnia quadrata vnius dictarum hyperbolarum, regula eiusdem basi, ad omnia quadrata alterius, regula quoq; huius basi, habere rationem compositam ex ratione rectanguli sub composita ex sesquialtera transuersi lateris hyperbolæ primò dictæ, & axi, vel diametro eiusdem, & sub composita ex transuerso latere, & axi, vel diametro hyperbolæ secundò dictæ, ad rectangulum sub composita ex sesquialtera transuersi lateris hyperbolæ secundò dictæ, & axi, vel diametro eiusdem, & sub composita ex transuerso latere, & axi, vel diametro hyperbolæ primò dictæ; & ex ratione parallelepipedi sub altitudine hyperbolæ primò dictæ, basi verò, basis eiusdem quadrato ad parallelepipedum sub altitudine hyperbolæ secundò dictæ, basiq; pariter eiusdem basis quadrato.

Sit ergo hyperbolæ, ADC, vtcunq: basis, AC, centrum, E, per quod intra eiusdem asymptotos, EY, EZ, ductæ sint, FEDB, HEVI, vtcunq; indefinitè productæ, sit tamen altera earum diameter iam expositę hyperbolæ, pro alia hyperbola autem constituenda, ducta pariter sit vtcunq: intra curuam hyperbolicam, & in eandē hinc inde producta ipsa, OX, parallela tangenti curuam hyperbolicam in puncto, V, in quo ipsam, HI, secat. Dico ergo omnia quadrata hyperbolæ, ADC, regula, AC, ad omnia quadrata hyperbolæ, OVX, regula, OX, habere rationem compositam (sumptis, EF, FM, æqualibus ipsi, ED, &, EH, HR, æqualibus ipsi, EV,) ex ratione rectanguli sub, MB, HI, ad rectangulum sub, RI, FB; & ex ratione parallelepipedi sub altitudine hyperbolæ, ADC, &

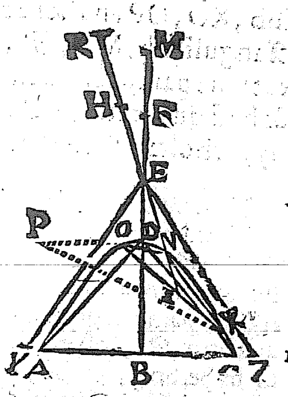
& basi quadrato, AC, ad parallelepipedum sub altitudine hyperbolæ, OVX, basi autem quadrato, OX. Nam omnia quadrata hyperbolæ, ADC, regula, AC, ad omnia quadrata hyperbolæ, OVX, regula, OX, (iunctis, AD, DC, OV, VX,) sumptis medijs Defin. 12. l. 1.
omnibus quadratis triangulorum, ADC, OVX, habent rationem compositã ex ratione omnium quadratorum hyperbolæ, ADC, ad omnia quadrata trianguli, ADC, .i. ex ratione, MB, ad, BF, & ex ratione omnium quadratorũ trianguli, ADC, ad omnia quadrata trianguli, OVX, quæ est composita ex ratione altitudinis trianguli, ADC, vel hyperbolæ, ADC, ad altitudinem triãguli, OVX, vel hyperbolæ, OVX, & ex ratione quadrati, AC, ad quadratum, OX, & tandem est composita ex ratione omnium quadratorum trianguli, OVX, ad omnia quadrata hyperbolæ, OVX, .i. ex ea, quam habet, HI, ad, IR, harum autem rationum componentium istæ duæ .s. quam habet, MB, ad, BF, &, HI, ad, IR, componunt rationem rectanguli sub, MB, HI, ad rectangulũ sub, RI, FB; aliæ autem duæ rationes componentes .s. quam habet altitudo hyperbolæ, ADC, ad altitudinem hyperbolæ, OVX, & quam habet quadratum, AC, ad quadratum, OX, componunt rationem parallelepipedi sub altitudine hyperbolæ, ADC, basi quadrato, AC, ad parallelepipedum sub altitudine hyperbolæ, OVX, basi quadrato, OX, ergo omnia quadrata hyperbolæ, ADC, regula, AC, ad omnia quadrata hyperbolæ, OVX, regula, OX, habent rationem compositam ex ratione rectanguli sub, MB, HI, ad rectangulum sub, RI, FB, & ex ratione parallelepipedi sub altitudine hyperbolę, ADC, basi quadrato, AC, ad parallelepipedum sub altitudine hyperbolæ, OVX, basi verò quadrato, OX, quod ostendere opus erat.

1. huius.

C. Cor. 22. l. 2.

1. huius.

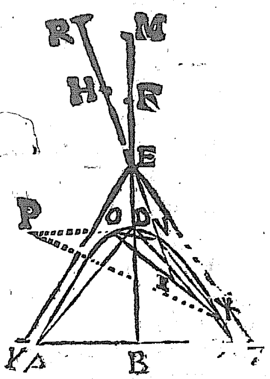
6. l. 2.



THEOREMA X. PROPOS. XI.

IN eadem antec. figura, iuncta, DV, & à puncto, X, ducta, XP, parallela ipsi, DV, indefinitè producta, à puncto autem, O, ipsa, OP, parallela ei, quæ tangeret hyperbolam, ſam, ADC, in puncto, D, quæ indefinitè quoq; producta occurrat ipſi, XP, in puncto, P, ſuppoſitoque, B D, eſſe axim, oſtendemus omnia quadrata hyperbolæ, ADC, ad rectangula omnia hyperbolæ, OVX, ſimilia rectangulo ſub, XO, OP, habere rationem compoſitam ex ratione rectanguli ſub, MB, HI, ad rectangulum ſub, RI, FB, & ex ratione parallelepipedi ſub altitudine hyperbolæ, ADC, & baſi quadrato, AC, ad parallelepipedum ſub altitudine hyperbolæ, OVX, baſi autem rectangulo ſub, XO, OP.

Nam omnia quadrata hyperbolæ, ADC, regula eadē, AC, ad oīa quadrata hyperbolę, OVX, regula, OX, oſtenſa ſunt habere rationē cōpoſitam ex ratione rectang. ſub, MB, HI, ad rectang. ſub, RI,
1 [illegible]. FB, & parallelepipedi ſub altitudine hyperbolę, ADC, baſi quadr. AC, ad parallelepipedū ſub altitudine hyperbolę, OVX, baſi autē quadrato, OX; inſuper omnia quadrata hyperbolę, OVX, ad rectangula omnia eiuſdem hyperbolę ſimilia rectangulo, XOP, regula, XO, ſunt vt vnum ad vnum, ſcilicet vt quadratū, XO, ad rectangulum, XOP, .ſ. ſumpta communi altitudine eiuſdem hyperbolæ, OVX, altitudine, vt parallelepipedum ſub altitudine hyperbolæ, OVX, baſi quadrato, OX, ad parallelepipedum ſub eadem altitudine, baſi autem rectangulo, XOP, ergo omnia quadrata hyperbolę, ADC, regula, AC, ad omnia rectangula hyperbolę, OVX, ſimilia rectangulo, XOP, regula, OX, erunt in ratione compoſita ex ratione rectanguli ſub, MB, HI, ad rectangulum ſub, RI, FB, & parallelepipedi ſub altitudine hyperbolę, ADC, & ſub quadrato, AC, ad parallelepipedum ſub altitudine hyperbolę, OVX, baſi quadrato, OX, & ex ratione huius parallelepipedi ad parallelepipedum ſub eiuſdem hyperbolę, OVX, altitudine baſi rectangulo, XOP, quę duę vltimò dictę rationes componunt rationem parallelepipedi ſub altitudine hyperbolę, ADC, baſi quadrato, AC, ad parallelepipedum ſub altitudine hyperbolę, OVX, baſi rectangulo, XOP, ergo omnia quadrata hyperbolę, ADC, regula, AC, ad omnia rectangula hyperbolę, OVX,



OVX, ſimilia rectangulo, XOP, regula, OX, habebunt rationem compoſitam ex ea, quam habet rectangulum ſub, MB, HI, ad rectangulum ſub, RI, FB, & ex ea, quam habet parallelepipedum ſub altitudine hyperbolę, ADC, baſi quadrato, AC, ad parallelebipedum ſub altitudine hyperbolę, OVX, baſi rectangulo, XOP, quod erat demonſtrandum.

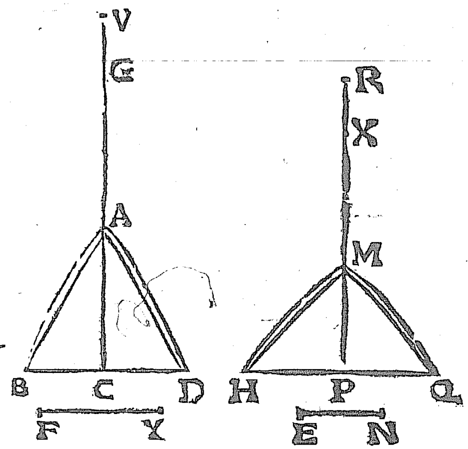
THEOREMA XI. PROPOS. XII.

ASſumptis quibuſcunq; hyperbolis, in vnaquaq; regula baſi, oſtendemus omnia quadrata vnius ad omnia quadrata alterius, habere rationem compoſitam ex ratione rectanguli ſub compoſita ex ſexquialtera tranſuerſi lateris, & axi, vel diametro hyperbolæ primò dictæ, & ſub compoſita ex tranſuerſo latere, & axi, vel diametro hyperbolæ ſecundò dictæ ad rectangulum ſub compoſita ex trāſuerſi lateris ſexquialtera, & axi, vel diametro hyperbolæ ſecundò dictæ, & ſub compoſita ex tranſuerſo latere, & axi vel diametro hyperbolæ primò dictæ, & ex ratione parallelepipedi ſub altitudine hyperbolæ primò dictæ, baſi autem quadrato baſis eiuſdem, ad parallelepipedum ſub altitudine hyperbolæ ſecundò dictæ, baſi pariter quadrato baſis eiuſdem. Vel ſi comparentur omnia quadrata hyperbolæ primò dictæ, ad omnia rectangula hyperbolæ ſecundò dictæ ſimilia cuidam rectangulo, illa ad hæc habebunt rationem compoſitam ex ratione prædictorum rectāgulorum, & ex ratione parallelepipedi primò dicti ad parallelepipedum ſub altitudine hyperbolæ ſecundò, dictæ baſi rectangulo, cui omnia dicta rectangula ſunt ſimilia. Vel tandem ſi comparentur omnia rectangula primæ hyperbolæ ſimilia cuidam rectangulo ad omnia rectangula ſecundæ hyperbolæ ſimilia pariter cuidam rectangulo, illa ad hæc habebunt rationem compoſitam ex ratione parallelepipedi ſub altitudine hyperbolæ primò dictæ baſi rectangulo, cui omnia eiuſdem rectangula ſunt ſimilia, ad parallelepipedum ſub altitudine ſecundæ hyperbolæ, baſi rectangulo, cui omnia eiuſdem rectangula iam dicta ſunt

ſimi-

similia, & ex ratione, quæ in huius Theorematis supradi-ctis casibus inter illa duo rectangula primò loco exposita fuit.

Sint assumptę quęcunq; hyperbolę, BAD, HMQ, circa axes, vel diametros, AC, MP, circa quas sint quoq; triangula, BAD, HMQ, & in basibus, BD, HQ, latus autem transuersum hyperbolę, BAD, sit, GA, cuius sexquialtera, VA; & latus transuersum hyperbolę, HMQ, sit, MX, cuius sexquialtera, MR, sint autem expositæ duæ vtcunque rectæ lineæ, FY, EN. Dico omnia quadrata hyperbolę, BAD, regula, BD, ad omnia quadrata hyperbolę, HMQ, regula, HQ, habere rationem compositā ex ea, quam habet rectangulum sub, VC, XP, ad rectangulum sub RP, CG, & ex ea, quam habet parallelepipedum sub altitudine hyperbolę, BAD, & sub quadrato, BD, ad parallelepipedum sub altitudine hyperbolę, HMQ, basi quadrato, HQ; quod ostendemus ad modum Propos. 10. Si verò comparentur omnia quadrata hyperbolæ, BAD, ad omnia rectangula hyperbolæ, HMQ, similia rectangulo sub, HQ, EN, ostendemus illa ad hæc habere rationem compositam ex ratione primò dicta inter illa rectangula, & ex ratione parallelepipedi sub altitudine hyperpolæ, BAD, basi quadrato, BD, ad parallelepipedum sub altitudine hyperbolæ, HMQ, basi rectangulo sub, HQ, EN; hocq; ostendemus iuxta methodum Propos. antecedentis. Si tandem comparentur omnia rectangula hyperbolæ, BAD, similia rectangulo sub, BD, FY, ad omnia rectangula hyperbolæ, HMQ, similia rectangulo sub, HQ, EN, ostendemus propositum de his hoc pacto: Nā omnia rectangula hyperbolæ, BAD, similia rectangulo sub, BD, FY, ad omnia quadrata eiusdem, BAD, sunt vt rectangulum sub, BD, FY, ad quadratum, BD, .i. vt parallelepipedum sub altitudi-



ne

ne hyperbolæ, BAD, basi rectangulo sub, BD, FY, ad parallelepipedum sub eadem altitudine basi quadrato, BD: pariter omnia quadrata hyperbolæ, BAD, ad omnia rectangula hyperbolę, HMQ, similia rectangulo sub, HQ, EN, habent rationem compositā ex ratione rectanguli sub, VC, XP, ad rectangulum sub, RP, GC, & parallelepipedi sub altitudine hyperbolæ, BAD, & sub quadrato, BD, ad parallelepipedum sub altitudine hyperbolæ, HMQ, basi rectangulo sub, HQ, EN, ergo, ex æquo, omnia rectangula hyperbolæ, BAD, similia rectangulo sub, BD, FY, regula, BD, ad omnia rectangula hyperbolæ, HMQ, similia rectangulo sub, HQ, EN, regula, HQ, habebunt rationem compositam ex ratione rectanguli, sub, VC, XP, ad rectangulum sub, RP, GC, & ex ratione parallelepipedi sub altitudine hyperbolæ, BAD, basi rectangulo sub, BD, FY, ad parallelepipedum sub eadem altitudine, & basi quadrato, BD, & ex ratione huius parallelepipedi ad parallelepipedum sub altitudine hyperbolę, HMQ, basi rectangulo sub, HQ, EN; .i. compositā ex ratione parallelepipedi sub altitudine hyperbolę, ABD, basi rectangulo sub, BD, FY, ad parallelepipedum sub altitudine hyperbolę, HMQ, basi rectangulo sub, HQ, EN, quę erant ostend.

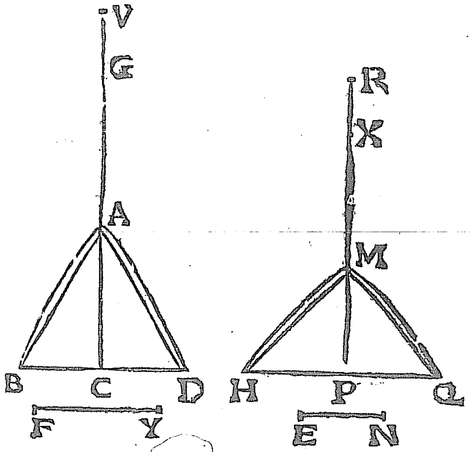
THEOREMA XII. PROPOS. XIII.

Similium hyperbolarum omnia quadrata, regulis earum basibus, sunt in tripla ratione axium, vel diametrorum earundem.

Sint similes hyperbolæ, BAD, HMQ, earum latera transuersa, GA, XM, quorum sint sexquialteræ, AV, MR, in directum axibus, vel diametris, AC, MP, bases, & regulæ sint, BD, HQ. Dico omnia quadrata hyperbolæ, BAD, ad omnia quadrata hyperbolæ, HMQ, esse in tripla ratione eius, quam habet, AC, ad, M
P, iungantur, BA, AD, HM, MQ. Quoniam ergo hyperbolæ Iuxta def. Apoll. 6. Con.
sunt similes basis, BD, ad, CA, erit vt basis, HQ, ad, PM, & sunt anguli inclinationis, AC, ad, BD, & MP, ad, HQ, inter se æquales, ergo triangula, BAD, HMQ, sunt similia, & ideo omnia quadrata eorundem, regulis ijsdem, erunt inter se in tripla ratione laterum homologorum .i. eius, quam habet, BD, ad, HQ, vel, AC, ad, MP; quia verò quadratum, BC, ad rectangulum, GCA, est vt
hyperbolæ, BAD, rectum latus ad transuersum .i. vt rectum latus F. Cor. 22. l. 2.
ad transuersum hyperbolæ, HMQ, quia illæ sunt similes .i. vt qua-

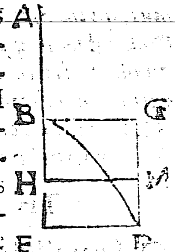
dra-

dratum, HP, ad rectangulum, MPX, ideò quadratum, BC, ad re- 21. primi Con. ctangulum, ACG, erit vt quadratum, HP, ad rectangulum, MPX; quia autem ratio, quam habet, BC, ad, CA, &, BC, ad, CG, com- Iuxta def. Comand. & dicta ad Schol. 28. l. 1. ponit rationem quadrati, BC, ad rectangulum, ACG, & item ratio, quam habet, HP, ad, PM, &, HP, ad PX, componit rationem quadrati, HP, ad rectã- gulum, MPX, harum autem rationum componentium ea, quam habet, BC, ad, CA, est eadem, ei, quam habet, HP, ad, PM, ideò reliquæ componentiũ erunt eædem. s. BC, ad CG, erit vt, HP, ad, P X, est autem etiam, A C, ad, CB, conuertendo, vt, M P, ad PH, ergo, ex æquali, & conuertendo, GC, ad CA, erit vt, XP, ad PM, & diuidendo, GA, ad, A C, erit vt, XM, ad MP, & antecedentium dimidia s. VG, ad AC, erit vt, RX, ad, MP, est autem eadem, VG, ad, GC, vt eadem, R X, ad, XM, ergo, VG, ad, GC, erit vt, RX, ad, XP, & componendo, VC, ad, CG, erit vt, RP, ad PX, est autem, VC, ad, C G, vt omnia quadrata hyperbolæ, BAD, ad omnia quadrata trianguli, B AD, &, RP, ad PX, vt omnia quadrata hyperbolę, HMQ, ad om- 5. huius. nia quadrata trianguli, HMQ, ergo omnia quadrata hyperbolę, BAD, ad omnia quadrata trianguli, BAD, erunt vt omnia quadrata hyperbolæ, HMQ, ad omnia quadrata trianguli, H M Q, & permutando, omnia quadrata hyperbolę, BAD, ad omnia quadrata hyperbolę, HMQ, erunt vt omnia quadrata trianguli, BA D, ad omnia quadrata trianguli, HMQ, i. in tripla ratione eius, F Cor. 22. l. 2. quam habet, AC, ad, MP, quod ostendere opus erat.



THEOREMA XIII, PROPOS. XIV.

SI exponatur semiperbola, quæ per axem, vel diametrũ integrę sit abscissa, habens pro basi dimidiam basis integræ hyperbolæ, fiat autem parallelogrammum sub dicta basi, & axi, vel diametro, in angulo ab eisdem contento, sumpta basi pro regula: Omnia quadrata dicti parallelogrammi ad omnia quadrata trilinei extra hyperbolam constituti, erunt vt idem parallelogrammum ad sui reliquum ab eodem dempta semihyperbola, vna cum excessu, quo dicta semihyperbola superat $\frac{1}{3}$. dicti parallelogrammi, cum $\frac{1}{6}$. parallelogrammi sub tangente hyperbolam, & axis, vel diametri hyperbolæ ea portione, ad quam reliqua sit, vt integra axis, vel diameter ad eiusdem latus transuersum.



Sit ergo axis, vel diameter hyperbolę, BE, cuius dimidia, BED, latus transuersum, AB, & in angulo, BED, sub, BE, ED, constitutum parallelogrãmum, GE, sit autem, vt, EB, ad, BA, ita, EH, ad, H B, & per, H, ducta, HM, parallela ipsi, ED, quę sumatur, pro regula, ita vt sit constitutum parallelogrammum sub, HB, & sub, BG, quæ erit tangens hyperbolam in puncto, B. Dico igitur omnia quadrata, BD, ad omnia quadrata trilinei, BGD, esse vt, BD, ad sui reliquum, dempto ab eodem semihyperbola, BE D, vna cum excessu, quo ipsa superat $\frac{1}{3}$. dicti parallelogrammi, B D, cum $\frac{1}{6}$. BM. Nam omnia quadrata, BD, ad rectangula sub, B D, & semihyperbola, BED, sunt vt, BD, ad ipsam, BED, rectan- Coroll. 1. 26. l. 2. gula verò sub, BD, & BED, æquantur rectangulis sub, BGD, B ED, simul cum omnibus quadratis, BED, ergo omnia quadrata, BD, ad rectangula sub, BGD, BED, cum omnibus quadratis, BE C Co. 23. l. 2. D, erunt vt, BD, ad, BED; sunt autem omnia quadrata, BD, ad omnia quadrata, BED, vt, AE, ad compositam ex $\frac{1}{2}$. AB, & $\frac{1}{3}$. B E, .i. vt, BE, ad compositam ex $\frac{1}{2}$. BH, & $\frac{1}{3}$. HE, quia, AE, BE, proportionaliter diuiduntur in punctis, B, H, .i. vt parallelogram- 1. huius mum, BD, ad compositum ex $\frac{1}{2}$. BM, & $\frac{1}{3}$. HD, .i. vt, BD, ad compositum ex $\frac{1}{3}$. BD, & $\frac{1}{6}$. BM, ergo omnia quadrata, BD, ad rectangula sub, BGD, BED, erunt vt, BD, ad excessum, quo se- 5. l. 2. mihyperbola superat $\frac{1}{3}$. BD, cum $\frac{1}{6}$. BM, erant autem omnia quadrata, BD, ad rectangula sub, BGD, BED, vna cum omnib. quadratis, BED, vt, BD, ad, BED, ergo omnia quadrata, BD, ad rectangula bis sub, BGD, BED, vna cum omnibus quadratis, BE

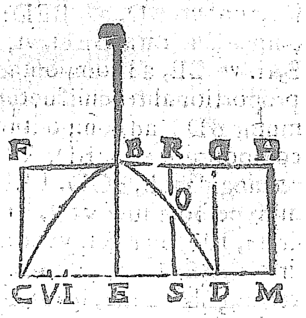
D, erunt vt, BD, ad, BED, vna cum excessu, quo, BED, superat, $\frac{1}{3}$. BD, cum $\frac{1}{6}$. BM, ergo per conuersionem rationis omnia quadrata, BD, ad omnia quadrata, BGD, erunt vt, BD, ad sui reliquum, ab eodem dempta semihyperbola, BED, & excessu, quo eadem superat $\frac{1}{3}$. BD, & $\frac{1}{6}$. BM, quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

Hanc Propositionem apposui, vt & nonnullas alias inferius, quæ licet supponant quadraturam hyperbolæ iam notam, vt & ipsæ completè inteligantur, non inutiliter tamen aliqualiter sciri existimaui, vt si alicuius industria illius quadratura in lucem prodeat, illicò & hic apposita nota fiant; vel è conuersò, vt per hæc aliquando adinuenta statim illius quadratura nobis inotescat; vnde cum sciemus, quam rationem habeat, BD, ad semihyperbolam, BED, apprehendemus statim, quam rationem habeant omnia quadrata, BD, ad omnia quadrata trilinei, BGD: Vel è contra, si quando notificabimus, quam rationem habeant omnia quadrata, BD, ad omnia quadrata trilinei, BGD, statim compertum habebimus, quam rationem habeat, BD, ad semihyperbolam, BED, & eius quadratura nota reddetur.

THEOREMA XIV. PROPOS. XV.

SI parallelogrammum, & hyperbola fuerint in eadem basi, & circa eundem axim, vel diametrum, regula basi. Omnia quadrata dicti parallelogrammi ad omnia quadrata figuræ compositæ ex hyperbola, & alterutro trilineorum extra hyperbolam constitutorum, demptis omnibus quadratis assumpti trilinei, erunt vt dictum parallelogramum ad inscriptam hyperbolam.



Sit hyperbola, CBD, in basi, CD, circa axim, vel diametrum, BE, eius latus transuersum, AB, in eadem autem basi, CD, & circa eundem axim, vel diametrum, BE, sit parallelogrãmum, FD, regula verò, CD. Dico ergo omnia quadrata, FD, ad omnia quadrata figuræ, GBCD, demptis omnibus quadratis trilinei, BGD, alterutrius ex duobus, BFC, BGD, es-

se vt, FD, ad hyperbolã, CBD, quod patet nam, CBD, est figura qualem postulat Prop. 29. Lib. 3. est enim, BE, communis axis, vel diameter, FD, parallelogrammi, & hyperbolæ, CBD, vnde patet propositum.

THEOREMA XV. PROPOS. XVI.

IN eadem antecedent. Prepos. figura, si producatur, CD, vtcunq; in, M, & compleatur parallelogrammum, HC, regula, CM: Omnia quadrata, FM, demptis omnibus quadratis, GM, ad omnia quadrata figuræ, HBCM, demptis omnibus quadratis figuræ, HBDM, erunt vt, FD, ad hyperbolam, CBD.

Patet hoc Theor. nam, CBD, est figura, qualem postulat Prop. 30. Lib. 3. quia, BE, est communis axis, vel diameter, parallelogrammi, FD, & hyperbolæ, CBD, vnde, &c.

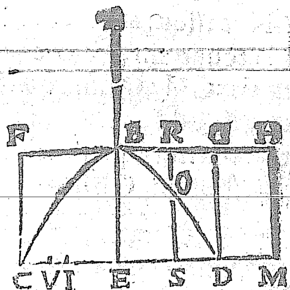
COROLLARIVM.

Hinc habetur omnia quadrata, FD ad omnia quad. figuræ, GBCD, demptis omnibus quadratis trilinei, BGD, esse vt omnia quadrata FM, demptis omnibus quadratis, GM, ad omnia quadrata figuræ, HBCM, demptis omnibus quadratis fig. HBDM, quia vtraq; sunt, vt, FD, ad hyperbolam, CBD.

THEOREMA XVI. PROPOS. XVII.

IN eadem Prop. 15. figura si intelligamus ductam vtcunq; axi, vel diametro, BE, parallelam, RS, fiat autẽ, vt oĩa quad FE, ad oĩa quad. semihyperb. BCE, regula, CD, i. vt, AE, ad compositam ex .AB, & BE, ita quadratum, CE, ad quadratum, EI, & vt, FE, ad semihyperbolã, BCE, ita esse supponatur, CE, ad, EV, vbicunq; cadat pũctum, V. Dico omnia quadrata, FS, ad omnia quadrata figuræ, RBCS, regula, CD, esse vt quadratum, CD, ad quadratum, SE, quadratum, EI, & rectangulum bis sub, VE, ES.

Omnia .n. quadrata figuræ, RBCS, secantur per, BE, in omnia
D.Co.23. l.2. quadrata, BS, in omnia quadrata semihyperbolæ, BCE, & in rectangula bis sub, BCE, & sub, BS, ad horum ergo singula comparemus omnia quadrata, FS; hæc igitur ad omnia quadrata, BS, sunt vt quadratum, CS, ad quadratum, SE, pariter omnia quadrata, FS, ad omnia quadrata, FE, sunt vt quadratum, SC, ad quadratum, CE, omnia verò quadrata, FE, ad omnia quadrata, BCE, sunt vt quadratum, CE, ad quadratum, EI, ergo, ex æquali, omnia quadrata, FS, ad omnia quadrata, BCE, erunt vt quadratum, CS, ad quadratum, EI; quod serua. Item omnia quadrata, FS, ad rectangula sub, FE, ER, sunt vt quadratum, CS, ad rectangulum, CES, rectangula
14.l.2. verò sub, FE, ER, ad rectang. sub, BCE, ER, sunt vt, FE, ad, BCE, .i. vt, CE, ad, VE, .i. sumpta, ES, communi altitudine, vt rectangulum,
Coroll 1. 26.l.2. CES, ad rectangulum, VES, ergo, ex æquo, omnia quadrata, FS, ad rectangula sub, BCE, ER, erunt vt quadratum, CS, ad rectangulum, VES, ad eadem verò bis sumpta, vt quadratum, CS, ad rectangulum bis sub, VES; ergo, consequentibus simul collectis, omnia quadrata, FS, ad omnia quadrata, BS, ad omnia quadrata,
D.Co3.2. l.2. BCE, & ad rectangula bis sub, BCE, ER, idest ad omnia quadrata figuræ, RBCS, erunt vt quadratum, CS, ad quadrata, SE, quadratum, EI, & rectangulum bis sub, VE, ES; qua methodo similiter ostendemus omnia quadrata, FD, ad omnia quadrata figuræ, GBCD, esse vt quadratum, CD, ad quadratum, DE, quadratum, EI, & rectangulum bis sub, VE, ED; & similiter omnia quadrata, FM, ad omnia quadrata figuræ, HBCM, esse vt quadratum, CM, ad quadratum, ME, quadratum, EI, & rectangulum bis sub, VE, EM, quod ostendere opus erat.



THEOREMA XVII. PROPOS. XVIII.

In eadem Prop. 15. figura ostendemus omnia quadrata figuræ, HBCM, demptis omnibus quadratis figuræ, HBDM, regula eadem retenta, ad omnia quadrata figuræ, GBCD, demptis omnibus quadratis trilinei, BGD, esse vt composita ex, CM, MD, ad, DC.

Hoc

Hoc Theorema demonstrabitur methodo Sect. 2. Collorarij 29. Prop. 33. Lib. 3. quod similiter quacunq; figura existente, CBD, dummodo, BE, sit communis axis eius, & , FD, facilè colligemus.

THEOREMA XVIII. PROPOS. XIX.

In eodem Prop. 15. figura ostendemus omnia quadrata BCE, regula, CD, ad omnia quadrata figuræ, GBCD, demptis omnibus quadratis trilinei, BGD, esse vt quadratum, IE, ad rectangulum sub, CD, & dupla, VE.

Nam omnia quadrata, BCE, ad omnia quadrata, FE, sunt vt quadratum, IE, ad quadratum, EC, item omnia quadrata, FE, ad omnia quadrata, FD, sunt vt quadratum, EC, ad quadratum, 9.l.2.
CD, & tandem omnia quadrata, FD, ad omnia quad. figuræ, GBCD, demptis omnib. quadratis trilinei, BGD, sunt vt, FD, ad hyperbolā, CBD, .i. vt, CE, ad, EV, velvt, CD, ad duplā, VE, vel vt qua- 5.huius.
dratum, CD, ad rectangulū sub, CD, & dupla, VE, ergo, ex æquali, omnia quadrata semihyperbolæ, BCE, ad omnia quadrata figuræ, GBCD, dēptis omnibus quadratis trilinei, BGD, erunt vt quadratum, EI, ad rectangulum sub, CD, & dupla, VE, quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

Quia verò omnia quadrata figuræ, GBCD, demptis omnibus quadratis trilinei, BGD, ad omnia quadrata fig. HBCM, demptis omnibus quadratis figuræ, BHMD, ostensa sunt esse, vt, CD, ad, DMC, .i. sumpta communi altitudine dupla, VE, vt rectangulum sub, CD, & dupla, VE, ad rectangulum sub, CMD, & dupla, VE, ideò etiam, ex 18.huius.
æquali, omnia quadrata, BCE, ad omnia quadrata figuræ, HBCM, demptis omnibus quadratis figuræ, BHMD, erunt vt quadratum, EI, ad rectangulum sub, CMD, & dupla, VE.

SCHOLIVM.

Hæc, & similia possumus circa hyperbolam, eiusque portiones contemplari, quorum plurima Lectoris industriæ examinanda relinquo, tum ad nimiam prolixitatem euitandam, tum etiam; quia hæc Theoremata minus fortè reliquis iucunda erunt, tum completa

eorum

eorum notitia in suppositione eiusdem hyperbolæ quadaraturæ deficiat; si quis tamen adhuc voluerit alia circa eandem contemplari, methodum tenere poterit Lib. 2. & 3. à me prosequutam, mihi verò post hyperbolarum speculationem ad oppositas sectiones, & coniugatas Appolonij opportunè videtur transeundum.

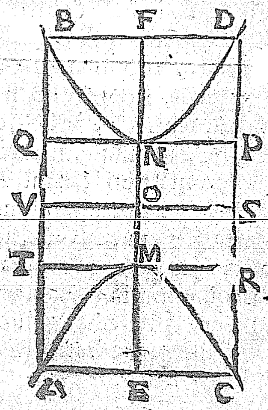
THEOREMA XIX. PROPOS. XX.

SI ad axim, vel diametrum vtriusq; oppositarum sectionum ordinatim applicentur rectæ lineæ in easdem terminatæ, ita vt abscissæ per easdem ab axibus, vel diametris versus vertices sint æquales erūt istæ applicatæ parallelogrammi opposita latera, quod parallelogrāmum si compleatur, regula applicatarum altera sumpta omnia quadrata parallelogrammi constituti ad reliquum, demptis ab ijsdem omnibus quadratis oppositarum hyperbolarum iam per dictas ordinatim applicatas constitutarum, erunt vt rectangulum sub composita ex transuerso latere, & axi, vel diametro alterutrius oppositarum hyperbolarum, & sub composita ex hoc axi, vel diametro, & transuersi lateris, ad rectangulum bis sub transuersi lateris, & eiusdem transuersi lateris, & axi, & sum composita ex eiusdem transuersi lateris, & axi, vel diametro alterutrius oppositarum hyperbolarum, cum $\frac{2}{3}$. quadrati eiusdem axis, vel diametri.

Sint oppositæ sectiones, AMC, BND, quarum latus transuersum sit, NM, communis axis, vel diameter earundem, ad quam hinc inde productam ordinatim applicētur, BD, AC, in sectiones terminatæ, abscindentes versus vertices, NM, axes, vel diametros, FN, ME, hyperbolarum, BND, AMC, (quas pariter oppositas voco) quæ sint inter se æquales, iunganturque, BA, DC, & sit, O, centrum oppositarum sectionum, BND, AMC: Quoniam ergo, FN, ME, sunt æquales, erunt etiam æquales, BD, AC, & sunt ęquidistantes, quia ad eandem diametrum, vel axim, FE, sunt ordinatim applicatę, ergo, BA, DC, erunt ęquidistantes, & BC, parallelogrammum. Dico ergo (regula sumpta altera applicatarum, AC, BD, vt, AC,) omnia quadrata, BC, ad reliquum eorundem demptis omnibus quadratis oppositarum hyperbolarum, BND, AMC, esse vt rectangulum, NEO, ad rectangulum, NOE, bis,

Elicitur ex 29. Pri. Con.

bis, cum $\frac{2}{3}$. quadrati, EM. Ducantur per, M, O, puncta parallelę, AC, ipsę, VS, TR, igitur, TR, tanget sectionem, AMC, & sunt parallelogramma, TC, VC, VD: Omnia ergo quadrata parallelogrammi, VC, ad omnia quadrata hyperbolæ, AMC, habent rationem compositam ex ea, quam habent omnia quadrata, VC, ad omnia quadrata, TC, .i. ex ratione, OE, ad, EM, & ex ratione omnium quadratorum, TC, ad omnia quadrata hyperbolę, AMC, idest ex ea, quam habet, NE, ad cōpositam ex, OM, & $\frac{1}{3}$. ME, istę duę rationes autem .i. quam habet, OE, ad, EM, &, NE, ad compositam ex, OM, & $\frac{1}{3}$. ME, componunt rationem rectanguli sub, NE, EO, ad rectangulum sub, EM, & sub composita ex, OM, & $\frac{1}{3}$. ME, ergo omnia quadrata, VC, ad omnia quadrata hyperbolę, AMC, sunt vt rectangulum, NEO, ad rectangulum sub, EM, & sub composita ex, OM, & $\frac{1}{3}$. ME, quod est ęquale rectangulis sub, OM, &, ME, & sub $\frac{1}{3}$. ME, & sub, ME, .i. rectangulo, OME, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, ME; quia verò rectangulum, NEO, ęquatur rectangulo, NEO, cum quadrato, OE, quadratum verò, OE, ęquatur quadratis, EM, MO, cum rectangulis bis sub, EMO, ideò si ab his dempseris semel rectangulum, EMO, remanebit de quadrato, OE, rectangulum, EMO, cum quadratis, EM, MO, rursus si dempseris $\frac{1}{3}$. quadrati, EM, à quadrato, EM, remanebunt $\frac{2}{3}$. quadrati, EM, rectangulū, EMO, cum quadrato, MO, rectangulum verò, EMO, cum quadrato, OM, ęquatur rectangulo, EOM, vel, EON; quod collectū simul cum $\frac{2}{3}$. quadrati, EM, est residuum, quod remanet detracto rectangulo, EMO, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, EM, à quadrato, EO, ergo detracto rectangulo, EMO, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, EM, à quadrato, EO, iuncto rectangulo, EON, .i. à rectangulo, NEO, remanent duo rectangula, NOE, cum $\frac{2}{3}$. quadrati, ME; quia ergo ostensum est omnia quadrata, VC, ad omnia quadrata hyperbolę, AMC, esse vt rectangulum, NEO, ad rectangulum, OME, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, ME, ideò, per conuersionem rationis, omnia quadrata, VC, ad reliquum, demptis ab ijsdem omnibus, quadratis hyperbolę, AMC, erunt vt rectangulum, NEO, ad rectangulum bis sub, NOE, cum $\frac{2}{3}$. quadrati, EM. Eodem pacto, si ducamus per, N, ipsam,



17. Primi Con.

Defin. 12 l. 1.

10. l. 2.

1. huius.

6. l. 2.

4. Sec. Elem.

ipsam, QP, parallelam ipsi, BD, quæ erit tangens sectionem, BND, in puncto, N, ostendemus omnia quadrata, BS, ad reliquum, demptis omnibus quadratis hyperbolæ, BND, (sumptis medijs omnibus quadratis, BP,) esse vt rectangulum, MFO, ad rectangulum bis sub, MOF, cum $\frac{2}{3}$. quadrati, FN, .i. vt rectangulum, NEO, ad rectangulum bis sub, NOE, cum $\frac{2}{3}$. quadrati, EM, nam, EM, est æqualis, NF, & ideò etiam, EN, æqualis, MF, &, EO, pariter est æqualis ipsi, OF. Tandem vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia .i. vt omnia quadrata, BS, ad reliquum, demptis omnibus quadratis hyperbolæ, BND, .i. vt rectangulum, MFO, ad rectangulum bis sub, MOF, cum $\frac{2}{3}$. quadrati, FN, ita omnia quadrata, BC, ad reliquum, demptis ab eisdem omnibus quadratis hyperbolarum oppositarum, AMC, BND, est autem, vt rectangulum, MFO, ad rectangulum bis sub, MOF, cum $\frac{2}{3}$. quadrati, FN, ita rectangulum, NOE, ad rectangulum bis sub, NOE, cum $\frac{2}{3}$. quadrati, EM, ergo omnia quadrata, BC, ad reliquum demptis ab eisdem omnibus quadratis oppositarum hyperbolarum, AMC, BND, erunt vt rectangulum sub, NEO, ad rectangulum bis sub, NOE, cum $\frac{2}{3}$. quadrati, ME, quod ostendere opus erat.

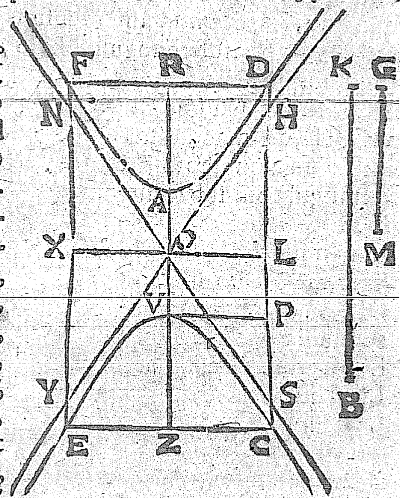
THEOREMA XX. PROPOS. XXI.

SI, veluti in anteced. sit parallelogrammum habens opposita latera, quæ sint ad diametrum transuersam oppositarum sectionem ordinatim applicata, quæq; oppositarum hyperbolarum sint bases, insuper describantur earũ asymptoti, & regula sit latus transuersum, constituti parallelogrammi omnia quadrata ad omnia quadrata figuræ, quæ continetur lateribus parallelogrammi iam dicti, lateri transuerso parallelis, & portionibus oppositarum sectionum inter eadem latera comprehensis, erunt vt quadratũ vniuscuiusuis laterum dicti parallelogrammi lateri transuerso æquidistantium ad quadratum lateris transuersi, vna cum . quadrati portionis dicti lateris eiusdem parallelogrammi, quæ inter asymptotos inclusa manet.

Sint oppositæ secti ones, FAD, EVC, quarum latus transuersum, AV, centrum, O, per quod transeant earum asymptoti, YOH, NOS,

H, NOS,

H, NOS, sit autem, veluti in anteced. Prop. constitutum parallelogrammum, FC, cuius opposita latera, FD, EC, sint ad axim, vel diametrum, AV, in eadem productam, ordinatim applicata, erunt, DC, FE, ipsi, AV, æquidistantes, sint earum portiones inter asymptotos conclusæ, HS, NY, regula sit, AV. Dico ergo omnia quadrata, FC, ad omnia quadrata figuræ, FADCVE, idest figuræ conclusæ inter latera, FE, DC, & oppositarum sectionum portiones inter eadem manentes, quę sunt, FAD, EVC, esse, vt quadratũ, DC, vel, FE, ad quadratum, AV, cum . quadrati, HS, vel, NY. Per puncta ergo, O, V, ducantur, XL, VP, ad ipsam, AV, ordinatim applicatæ, erit igitur, XL, secunda diameter, &, VP, tanget sectionem, EVC.



Quoniam ergo rectangulum, HCS, æquatur quadrato, OV, idest quadrato, LP, rectangulum verò, HCS, æquatur rectangulo, LSC, bis vna cum quadrato, SC, ideò, rectangulum, LSC, bis vna cum quadrato, SC, erit æquale quadrato, LP; eodem pacto si intelligamus ipsi, LC, æquidistantem vtcunq; ductam intra parallelogrammum, OP, vsq; ad sectionem, VC, productam, ostendemus rectangulum bis sub eius portionibus inter, OL, OS, & inter, OS, & sectionem, VC, conclusis, vna cum quadrato eius, quę inter, OS, & sectionem, VC, clauditur, æquari quadrato eius, quę manet inter, OL, VP, & sic de reliquis consimiliter sumptis; vnde patebit tandem rectangula sub triangulo, LOS, & figura, OVCS, bis sumpta, vna cum omnibus quadratis figuræ, OVCS, æquari omnibus quadratis, OP, regula, AV, iam supposita, quia ergo omnia quadrata, CO, ad omnia quadrata, OP, sunt vt quadratũ, ZO, ad quadratum, OV, ideò pariter omnia quadrata, OC, ad rectangula sub triangulo, LOS, & figura, OVCS, bis, vna cum omnibus quadratis figuræ, OVCS, erunt vt quadratum, ZC, ad quadratum, OV; quod serua.

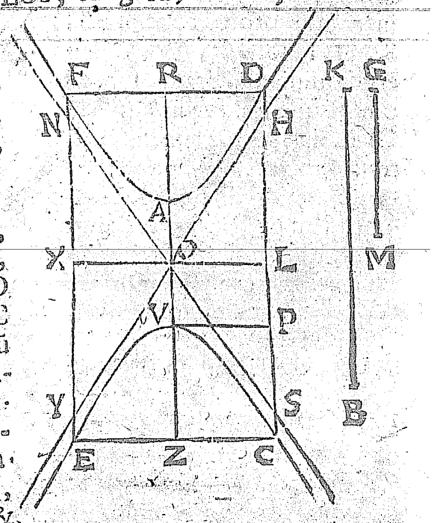
11. Secun. Con.

9. lib. 2.

Insuper omnia quadrata, CO, ad omnia quadrata parallelogrãmi, SO, si compleretur, essent vt quadratum, CL, ad quadratum,

 LS,

LS, ſunt autem omnia quadrata trianguli, OLS, $\frac{1}{3}$. omnium qua-
dratorum parallelogrammi, SO, ergo omnia quadrata, CO, ad
omnia quadrata trianguli, LOS, erunt vt quadratum, CL, ad $\frac{1}{3}$.
quadrati, LS; & quoniam oſtenſum eſt omnia quadrata, CO, ad
rectangula bis ſub triangulo, LOS, & figura, OVCS, vna cum
omnibus quadratis figuræ, O
VCS, eſſe vt quadratum, ZO,
vel, CL, ad quadratum, OV,
ideò omnia quadrata, CO, ad
rectangula bis ſub triangulo,
LOS, & figura, OVCS, vna
cum omnibus quadratis tum
D. Cor. figuræ, OVCS, tum trianguli,
23.l.2. OLS, .i. omnia quadrata, CO,
ad omnia quadrata figuræ, O
LCV, erunt vt quadratum, C
10.l.2. L, ad quadratum, OV, vna cũ
$\frac{1}{3}$. quadrati, LS, & anteceden-
tium dupla .ſ. omnia quadra-
ta, XC, ad omnia quadrata fi-
guræ, EVCLX, erunt vt qua-
dratum, CL, ad quadratum,
OV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, LS, &



a ihuc iſtorum quadrupla .ſ. omnia quadrata, FC, ad omnia qua-
9.l.2. drata figuræ, FADCVE, erunt vt quadratum, CL, ad quadratum,
OV, vna cum $\frac{1}{3}$. quadrati, LS, vel vt iſtorum quadrupla, ſcilicet,
vt quadratum, CD, ad quadratum, AV, vna cum $\frac{1}{3}$. quadrati, H
S, vel, NY, quod oſtendere opus erat.

Aliter ſupradictam rationem explicare.

Dico omnia quadrata, FC, ad omnia quadrata figuræ, FADC
VE, eſſe vt quadratum, RZ, compoſitæ ex tranſuerſo latere, AV,
& axibus, vel diametris oppoſitarum hyperbolarum, FAD, EVC,
ad quadratum, AV, vna cum rectangulo ſub, AZ, & ſexquitertia,
ZV. Nam oſtenſum eſt eadem eſſe, vt quadratum, CL, vel, ZO,
ad quadratum, OV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, LS, & quoniam rectangu-
lum, CSD, cum quadrato, SL, eſt æquale quadrato, CL, vel, ZO,
5 Sec. El. rectangulum autem, CSD, eſt æquale quadrato, OV, ideò qua-
Elicitur dratum, LS, erit æquale reliquo quadrati, ZO, dempto quadra-
ex 11. ſec. to, OV, .i. erit æquale rectangulo ſub; OVZ, bis, vna cum qua-
Con. au- drato, VZ, .i. rectangulo ſub, AVZ, ſemel cum quadrato, VZ, .i.
xilio 6. rectangulo ſub, AZV, & ideò $\frac{1}{3}$. quadrati, LS, erit æquale $\frac{1}{3}$. re-
pri. Con. ctan-

ctanguli ſub, AZ, ZV, .i. erit æquale rectangulo ſub, AZ, & $\frac{1}{3}$. Z
V, & ideò omnia quadrata, FC, ad omnia quadrata figuræ, FAD
CVE, erunt vt quadratum, ZO, ad quadratum, OV, cum rectan-
gulo ſub, AZ, & $\frac{1}{3}$. ZV, .i. vt horum quadrupla, nempè, vt qua-
dratum, RZ, ad quadratum, AV, cum rectangulo ſub, AZ, & $\frac{4}{3}$.
ZV, .i. ſub, AZ, & ſexquitertia, ZV, quæ ratio ſic proponebatur
explicanda, quæque, vt libet, retineri poterit.

COROLLARIVM.

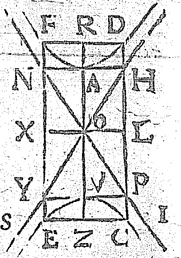
HInc patet quadratum dimidiæ eius, quæ lateri tranſuerſo oppoſitarum ſectionum æquidiſtanter ducitur, ſubtenditurq; angulo, qui deinceps eſt angulo ſub aſymptotis comprehenſo, ſectiones continenti, æquale eſſe rectangulo ſub compoſita ex latere tranſuerſo, & axi, vel diametro alterutrius conſtitutarum hyperbolarum per ordinatim applicatas à punctis, quibus dicta ſubtenſa incidit, producta, ipſis oppoſitis ſectionibus, & ſub eodem axi, vel diametro, quod patet, veluti oſtenſum eſt quadratum, SL, æquari rectangulo, AZV.

THEOREMA XXI. PROPOS. XXII.

SI per vertices oppoſitarum ſectionum rectæ lineæ ordinatim ad eorum axim, vel diametrum applicentur vſque ad aſymptotos productæ, quarum extrema ad eaſdẽ partes ſumpta iungantur rectis lineis, iungenteſq; vſq; ad oppoſitas ſectiones producantur, erunt iſtæ parallelogrã-mi oppoſita latera, quod parallelogrammum ſi compleatur, regula exiſtente latere tranſuerſo: Omnia quadrata conſtituti parallelogrammi erunt ſexquialtera omnium quadratorum figuræ comprehenſæ ſub lateribus dicti parallelogrammi lateri tranſuerſo æquidiſtantibus, & ſub oppoſitarum ſectionum portionibus inter eadem latera cõcluſis: Omnia verò quadrata dictæ figuræ erunt quadrupla omnium quadratorum triangulorum, qui ſub aſymptotis & ijſdem incluſis portionibus laterum parallelogrammi, tranſuerſo lateri æquidiſtantium continentur.

Sint oppoſitæ ſectiones, FAD, EVC, quarum latus tranſuer-

ſum ſit, AV, centrum, O, aſymptoti indefinitè producti, NP, HY, per puncta autem, AV, ſint ductæ ordinatim, NH, YP, productæ vſq; ad aſymptotos, in punctis, N, H, Y, P, ipſis incidentes, quæ ſectiones tangent, deinde iunctis, NY, HP, producantur ipſæ iungentes vſq; ad ſectiones illis in punctis, F, E, C, D, occurrentes, iunganturque, FD, EC, & per, O, ad
37. Secun. Con. ipſam, AV, ordinatim applicetur, XL, incidens, F E, in, X, &, DC, in, L, quæ erit ſecunda diameter, & producatur, AV, indefinitè incidens ipſis, FD,
2. Secun. Con. EC, in punctis, R, Z, erit ergo, FC, parallelogrãmum, nam rectangulum, YFN, .i. rectangulum, E NF, eſt æquale quadrato, AO, ideſt rectangulo, CS HD, item quadratum, NX, eſt æquale quadrato,
4. Sec. B. le, HL, & ideò rectangulum, ENF, cum quadrato, NX, .i. quadratum, XF, erit æquale rectangulo, CHD, cum quadrato, LH, .i. quadrato, LD, & ideò, XF, erit æqualis ipſi, LD, & eius dupla, F E, æqualis duplæ, CD, & eidem parallela, vnde, FD, erit, EC, parallela, & ambæ ordinatim ad axim, vel diametrum, RZ, ordinatim applicatæ, & ideò in, R, Z, bifariam ſectæ, &, FC, erit parallelogrammum, ſit regula latus tranſuerſum, AV. Dico nũc omnia quadrata parallelogrammi, FC, eſſe ſexquialtera omnium
31. huius. quadratorum figuræ, FADCVE; & hęc eſſe quadrupla omnium quadratorum triangulorum, NOY, HOP; nam omnia quadrata, FC, ad omnia quadrata figuræ, FADCVE, oſtenſa ſunt eſſe, vt quadratum, DC, ad quadratum, AV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, HP, eſt autem quadratum, HP, æquale quadrato, AV, & ideò ſunt, vt quadratum, DC, ad quadratum, HP, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, HP, vel vt quadratum, RZ, ad quadratum, AV, cum, $\frac{1}{3}$. quadrati, AV. Producantur nunc aſymptoti, NP, HY, verſus, EC, cui productæ incidant in S, I, eſt ergo rectangulum, SEI, æquale quadrato, YV,
11. Secun. Con. .i. quadrato, EZ, & ideò rectangulum, SEI, cum quadrato, EZ, duplum eſt quadrati, EZ, vel quadrati, YV, eſt autem rectangulũ, SEI, cum quadrato, EZ, ęquale quadrato, SZ, & ideò quadratũ, SZ, duplum eſt quadrati, YV, eſt autem, vt quadratum, SZ, ad quadratum, YV, ita quadratum, ZO, ad quadratum, OV, ergo quadratum, ZO, erit duplum quadrati, OV, vel eorum quadrupla .ſ. quadratum, ZR, duplum quadrati, AV; quia verò dictum eſt omnia quadrata, FC, ad omnia quadrata figuræ, FADCVE, eſſe vt quadratum, RZ, ad quadratum, AV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, AV, .i. vt quadratum, RZ, ad $\frac{4}{3}$. quadrati, AV, & eſt quadratum, RZ, duplum quadrati, AV, ideò quadratum, RZ, erit $\frac{6}{3}$. quadrati, AV, ergo



ergo quadratum, RZ, ad quadratum, AV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, AV, erit vt $\frac{6}{3}$. ad $\frac{4}{3}$. .i. vt 6. ad 4. .i. in ratione ſexquialtera, ergo omnia quadrata, FC, ad omnia quadrata figurę, FADCVE, erunt in ratione ſexquialtera.

Igitur conuertendo omnia quadrata figurę, FADCVE, ad omnia quadrata, FC, erunt in ratione ſubſexquialtera, .i. vt 4. ad 6. ſunt autem omnia quadrata, FC, ad omnia quadrata, NP, vt quadratum, ZR, ad quadratum, AV, ideſt dupla .i. vt 6. ad 3. & omnia quadrata, NP, ſunt tripla omnium quadratorum triangulorum, NYO, OHP, .i. ſunt ad illa, vt 3. ad 1. ergo ex ęquali, omnia quadrata figurę, FADCVE, ad omnia quad. triangulorum, NYO, OHP, erunt vt 4. ad 1. .i. eorum quadrupla, quę erant oſtendenda.

COROLLARIVM. I.

QVoniam verò in Propoſ. antec. oſtenſum eſt, ac in eius figura, omnia quadrata, FC, ad omnia quadrata figuræ, FADCVE, eſſe vt quadratum, DC, ad quadratum, AV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, HS, & quia omnia quadrata, ZL, ad omnia quadrata trianguli, OSL, vel eorum quadrupla .ſ. omnia quadrata, RC, ad omnia quadrata trianguli, SOH, oſtenſa ſunt eſſe, vt quadratum, CL, ad $\frac{1}{3}$. quadrati, LS, vel vt quadratum, CD, ad $\frac{1}{3}$. quadrati, HS, & ſic eorum dupla .ſ. vt quadratum, LC, ad $\frac{1}{3}$. quadrati, SH ita omnia quadrata, FC, ad omnia quadrata triangulorum, NOY, HOS, erant autem omnia quadrata, FC, ad omnia quadrata figuræ, FADCVE, vt quadratum, DC, ad quadratum, AV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, HS, ergo omnia quadrata, FC, ad reliquum, demptis omnibus quadratis triangulorum, NOY, HOS, ab omnibus quadratis figuræ, FADCVE, erunt, vt quadratum, DC, ad quadratum, AV; & ideò in præſenti Propoſ. omnia quadrata, FC, ad omnia quadrata figuræ, FAD, CVE, demptis ab iiſdem omnibus quadratis triãgulorum, NOY, HOP, erunt vt quadratum, RZ, ad quadratum, AV, ideſt dupla.

COROLLARIVM. II.
Ex præcedenti deductum.

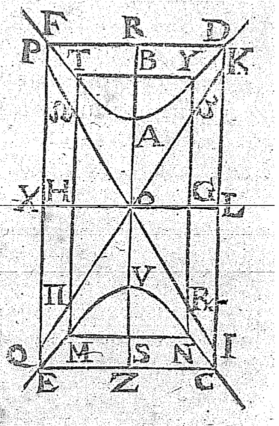
PAtet etiam nos poſsè inuenire parallelogrammum circumſcriptum ſectionibus oppoſitis, veluti, FC, ideſt ita quod eius duo oppoſita latera ſint baſes oppoſitarum hyperbolarum, & reliqua duo lateri

lateri transuerso parallela, quod sumatur pro regula, ità inquàm, vt omnia quadrata descripti parallelogrammi ad omnia quadrata figuræ dictis lateribus, quæ transuerso lateri æquidistant, & ab ijsdem sectionum oppositarum in clusis portionibus comprehensæ, demptis omnibus quadratis triangulorum sub asymptotis, & ab ijs inclusis portionibus laterum, parallelogrammi transuerso lateri æquidistantium, habeant datam rationem, dummodo ea sit maioris inæqualitatis: Sit in figura Propos. 21. data ratio maioris inæqualitatis, quam habet, KB, ad, GM, & supponatur ductam fuisse, FE, æquidistantem lateri transuerso, AV, ità vt quadratum, FE, ad quadratum, AV, sit vt, KB, ad, GM, & constructam fuisse figuram, velutibi factum est, patet igitur, quia omnia quadrata, FC, ad omnia quadrata figuræ, FADCVE, sunt vt quadratum, FE, ad quadratum, AV, ex Coroll. antec. demptis tamen ab omnibus quadratis dictæ figuræ, omnibus quadratis triangulorum, NOY, HOS, quod ideò ad eadem erunt in ratione data .s. in ea quam habet, KB, ad, GM.

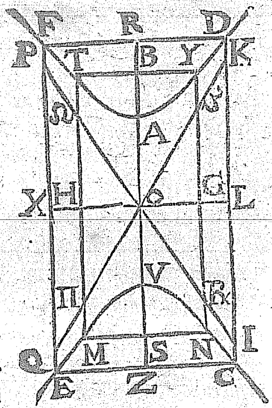
THEOREMA XXII. PROPOS. XXIII.

SI duo parallelogramma vtcunq; sectionibus oppositis circumscripta fuerint modo solito, habentia scilicet duo opposita latera, quæ sint oppositarum hyperbolarum bases, & reliqua duo lateri rransuerso æquidistantia, regula vna dictarum basium: Omnia quadrata vnius parallelogrammi, demptis omnibus quadratis oppositarum hyperbolarum communes cum eo bases habentium, ad omnia quadrata alterius parallelogrammi, demptis omnibus quadratis oppositarum hyperbolarum communes cum eo bases habentium, erunt vt parallelepipedum sub altitudine axi, vel diametro vnius hyperbolarum, cuius est communis basis cum parallelogrammo primò dicto, basi rectãgulo sub dimidia transuersi lateris, & sub composita ex eadem dimidia, & axi, vel diametro dictæ hyperbolæ, vna cum [illegible]. quadrati eiusdem axis, vel diametri, ad parallelepipedum sub altitudine axi, vel diametro hyperbolæ, cuius est communis basis cum parallelogrammo secundò dicto, basi rectangulo sub dimidia transuersi lateris, & sub composita ex eadem dimidia, & axi, vel diametro hyperbolæ postremò dictæ, vna cum [illegible]. quadrati eiusdem axis, vel diametri.

Sint oppositis sectionibus, FAD, EVC, quorum latus transuersum, AV, centrum, O, circumscripta parallelogramma vtcunque, FC, TN, quorum duo opposita latera sint bases oppositarum hyperbolarum, FD, EC, nempè hyperbolarum, FAD, EVC, &, TY, MN, hyperbolarum, TAY, MVN, nempè sint ad axim, vel diametrum transuersam, AV, ordinatim applicata, & reliqua latera, ad secundum axim, vel diametrum, quæ sit, XL, pariter ordinatim applicata, regula autem vna dictarum basium, vt, EC. Dico ergo omnia quadrata, FC, demptis omnibus quadratis oppositarum hyperbolarum, FAD, EVC, ad omnia quadrata, TN, demptis omnibus quadratis oppositarum hyperbolarum, TAY, MVN, esse vt parallelepipedum sub altitudine, ZV, basi rectangulo, VOZ, cū $\frac{1}{3}$. quadrati, ZV, ad parallelepipedum sub altitudine, SV, basi rectangulo, VOS, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, SV: Omnia .n. quadrata, FC, demptis omnibus quadratis oppositarum hyperbolarum, FAD, EVC, ad omnia quadrata, TN, demptis omnibus quadratis oppositarum hyperbolarum, TAY, MVN, habent rationem compositam ex ea, quam habent omnia quadrata, FC, demptis omnibus quadratis oppositarum hyperbolarum, FAD, EVC, ad omnia quadrata, FC, & ex ratione horum ad omnia quadrata, TN, & ex ratione istorum ad omnia eorundem quadrata, demptis omnibus quadratis oppositarum hyperbolarum, TAY, MVN; verum omnia quadrata, FC, demptis omnibus quadratis oppositarum hyperbolarum, FAD, EVC, ad omnia quadrata, FC, sunt vt rectangulum, AOZ, bis, cum $\frac{2}{3}$. quadrati, ZV, ad rectangulum, A 20.huius,
ZO: Omnia item quadrata, FC, ad omnia quadrata, TN, habēt rationem compositam ex ratione, FE, ad, TM, vel, EX, ad, MH, siue, ZO, ad, OS, & ex ratione quadrati, EC, ad quadratum, MN, Defin.12.
siue rectanguli, AZV, ad rectangulum, ASV: Tandem omnia .1.
quadrata, TN, ad eadem demptis omnibus quadratis oppositarū hyperbolarum, TAY, MVN, sunt vt rectangulum, ASO, ad rectangulum, AOS, bis, cum $\frac{2}{3}$. quadrati, SV, habemus ergo has 20.huius.
qua-



quatuor rationes primò dictam rationem componentes .ſ. rationē rectanguli, AOZ; bis, cum $\frac{2}{3}$. quadrati, VZ, ad rectangulum, AZO, rationem, ZO, ad OS, rationem rectanguli, AZV, ad rectangulum, ASV, & tandem rationem rectanguli, ASO, ad rectangulum, AOS, bis cum $\frac{2}{3}$. quadrati, SV, harum autem rationum illa, quam habet rectangulum, AZV, ad rectāgulum, ASV, componitur ex ratione, ZV, ad, VS, & ex ratione, ZA, ad, AS, habemus ergo quinque rationes componentes rationem primò dictam, ſit igitur primo loco diſpoſita ratio, quam habet rectangulum bis ſub, AOZ, cum $\frac{2}{3}$. quadrati, ZV, ad rectangulum, AZO; ſi rurſus aſſumamus ex cæteris quatuor rationibus eam, quam habet, ZA, ad, AS, vel (ſumpta, ZO, communi altitudine) quam habet rectangulum, AZO, ad rectangulum ſub, ZO, AS, quæ habeatur ſecundò loco; & inſuper ſi ex cæteris tribus rationibus ſumamus, quam habet, ZO, ad, OS, vel (ſumpta, AS, communi altitudine) quam habet rectangulum ſub, ZO, AS, ad rectangulum, ASO, quæ ſit poſita tertiò loco, & tandem ſi teneamus quartò loco eam, quam habet rectangulum, ASO, ad rectangulum ſub, AOS, bis, $\frac{2}{3}$. quadrati, SV, habebimus has quatuor hoc ordine diſpoſitas conſequēter rationes .ſ. rationem rectanguli ſub, AOZ, bis cum $\frac{2}{3}$. quadrati, ZV, ad rectangulum, AZO, rationem huius ad rectangulum ſub, AS, OZ, rationem huius ad rectangulum, ASO, & tandem rationem huius ad rectangulum, AOS, bis, vna cum $\frac{2}{3}$. quadrati, SV, quæ component rationem primæ ad vltimam .ſ. eam, quam



Defin, 12. l. 1. habet rectangulum, AOZ, bis vna cum $\frac{2}{3}$. quadrati, ZV, ad rectāgulum, AOS, bis, vna cum $\frac{2}{3}$. quadrati, SV, vel quam habent horum dimidia .ſ. rectangulum, AOZ, cum $\frac{1}{3}$. quadrat. VZ, ad rectāgulum, AOS, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, SV, illas ergo quatuor rationes in ſolam hanc redegimus; huic ſi iungamus eam, quam habet, ZV, ad, VS, quæ erat quinta ratio, quæ reſidua erat, componetur ex dictis quinque rationibus hæc ſola .ſ. quam habet parallelepipedū ſub altitudine, ZV, baſi rectangulo, AOZ, vel, VOZ, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, ZV, ad parallelepipedum ſub altitudine, SV, baſi rectangulo, AOS, vel, VOS, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, SV, quę erit ea, quam habebunt omnia quadrata, FC, demptis omnibus quadratis oppoſitarum

rum

rum hyperbolarum, FAD, EVC, ad omnia quadrata, TN, demptis omnibus quadratis oppoſitarum hyperbolarum, TAY, MVN, quod, &c.

THEOREMA XXIII. PROPOS. XXIV.

IN eadem antecedentis figura, regula ſumpta, DC, oſtēdemus omnia quad. fig. FADCVE, ad omnia quadrata figuræ, TAYNVM, eſſe vt parallelepipedum ſub, XL, & quadrato, RZ, cum duplo quadrati, AV, ad parallelepipedum ſub, HG, & quadrato, BS, cum duplo quadrati, AV.

Omnia namque quadrata figuræ, FADCVE, ad omnia quadrata figuræ, TAYNVM, habent rationem compoſitam ex ea, quam habent omnia quadrata figuræ, FADCVE, ad omnia quadrata, FC, .i. ex ratione quadrati, AV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, KI, (quæ ſit portio, DC, capta inter aſymptotos, qui ſint, PI, KQ, ducti per, O, ſecantes, YN, in, &, ℞, FE, in, P, Q, &, TM, in, Ω, Π,) ad 21. huius.
quadratum, DC, & ex ratione omnium quadratorum, FC, ad omnia quadrata, TN, quæ eſt compoſita ex ea, quam habet quadratum, DC, ad quadratum, YN, & ex ea, quam habet, EC, ad, MN, & tandem ex ratione omnium quadratorum, TN, ad omnia qua- 11. l. 2.
drata figuræ, TAYNVM, .i. ex ratione quadrati, YN, ad quadratum, AV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, &℞, porrò ex his rationibus componentibus ea, quam habet quadratum, AV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, KI, ad quadratum, DC, item quadratum, DC, ad quadratum, YN, & 21. huius
quadratum, YN, ad quadratum, AV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, &℞, componunt rationem quadrati, AV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, KI, ad quadratum, AV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, &℞, vel triplicatis terminis, componunt rationem trium quadratorum, AV, cum quadrato, KI, ad tria quadrata, AV, cum quadrato, &℞, vel componunt rationem Def. 12.
trium quadratorum, OV, cum quadrato, LI, ad tria quadrata, OV, cum quadrato, G℞; quadratum autem, LI, eſt æquale rectangulo, OVZ, bis cum quadrato, VZ, & quadratum, G℞, æquale rectangulo, OVS, bis cum quadrato. VS; nam rectangulum, KCI, ex prop. 11. Lib. 2. Conicorum æquatur quadrato, OV, & idē rectangulum, KCI, cum quadrato, IL, æquatur quadrato, LC, vel quadrato, OZ, vnde quadratum, LI, remanet æquale rectangulo ſub, OVZ, bis cum quadrato, VZ; & ſic etiam quadratum, G℞, concludetur æquale eſſe rectangulo bis ſub, OVS, cum quadrato,

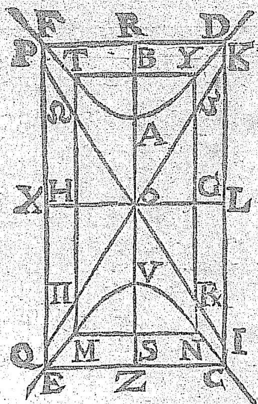
VS;

VS; componunt ergo rationem trium quadratorum, OV, cum rectangulo, OVZ, bis, & quadrato, VZ, .i. duorum quadratorum, OV, cum quadrato, OZ, ad tria quadrata, OV, cum rectangulo, OVS, bis & quadrato, VS, .i. ad duo quadrata, OV, cum quadrato, OS, hæc autem ratio simul cum ea, quæ remansit .i. cum ratione, EC, ad, MN, componit rationem parallelepipedi sub, EC, & basi quadrato, ZO, cum duplo quadrati, OV, ad parallelepipedum sub, MN, & basi quadrato, SO, cum duplo quadrati, OV; vel parallelepipedi sub, XL, basi quadrato, RZ, cum duplo quadrati, AV, ad parallelepipedum sub, HG, basi quadrato, BS, cum duplo quadrati, AV, quod nobis erat ostendendum.

THEOREMA XXIV. PROPOS. XXV.

IN eadem figura Prop. 23. ostendemus omnia quadrata figuræ, FADCVE, (regula eadem, AV,) demptis omnibus quadratis triangulorum kOI, POQ, ad omnia quadrata figuræ, TAYNVM, demptis omnibus quadratis triangulorum, &OR, ΩOΠ, esse vt, EG, ad, MN, vel, XL, ad, HG, qui sunt secundi axes, vel diametri.

Nam omnia quadrata figuræ, FADCVE, demptis omnibus quadratis triangulorum, kOI, POQ, ad omnia quadrata figuræ, TAYNVM, dẽptis omnibus quadratis triangulorum, & OR, ΩOΠ, habent rationem compositã ex ratione omnium quadratorum figuræ, FADCVE, demptis omnibus quadratis triangulorum, KOI, POQ, ad omnia quadrata, FC, .i. ex ratione quadrati, AV, ad
Coroll. 1. 23. huius. quadratum, DC, item ex ratione omniũ quadratorum, FC, ad omnia quadrata, TN, quæ est composita ex ratione quadrati, DC, ad quadratum, YN, & ex ratione, CE, ad, NM, & tandem componitur ex ratione omnium quadratorum, TN, ad omnia quadrata figuræ, TAYNVM, dẽptis omnibus quadratis triangulorum, &
Coroll. 1. 23. huius. OR, ΩOΠ, .i. ex ea, quam habet quadratum, YN, ad quadratũ AV, ex his autem rationibus illa, quam habet quadratum, AV, ad



qua-

quadratum, DC, quadratum, DC, ad quadratum, YN, & qua- Defin. 12. lib. 1.
dratum, YN, ad quadratum, AV, componunt rationem quadra-
ti, AV, ad quadratum, AV, quę simul cum ratione ipsius, EC, ad
MN, componit rationem parallelepipedi sub, EC, & quadrato,
AV, ad parallelepipedum sub, MN, & quadrato, AV, quæ tandẽ
est eadem ei, quam habet, EC, ad, MN, quia illa sunt parallelepi-
peda in eadem basi, & ideo omnia quadrata figuræ, FADCVE,
demptis omnibus quadratis triangulorum, KOI, POQ, ad om-
nia quadrata figuræ, TAYNVM, demptis omnibus quadratis
triangulorum, &OR, ΩOΠ, erum vt, EC, ad, MN, vel, XL, ad,
HG, quod demonstrare opus erat.

THEOREMA XXV. PROPOS. XXVI.

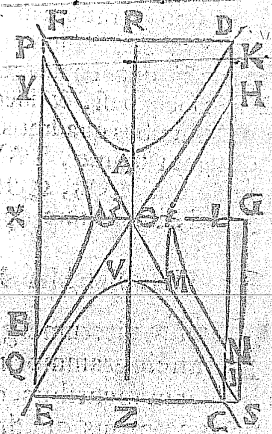
ASumpta iterum figura Propos. 23. dimisso quouis parallelogrammorum, FC, TN, vt dimisso, TN, cæteris ijsdem manentibus, ostendemus omnia quadrata. FC, demptis omnibus quadratis oppositarum hyperbolarum, FAD, EVC, regula, EC, ad omnia quadrata figuræ, FADCVE, regula, DC, vel, AV, habere rationem compositam ex ratione rectanguli, AOZ, bis cum . quadrati, VZ, ad rectangulum, AZO, & ex ratione rectanguli sub, DC, vel, RZ, & sub EC, ad quadratum, AV, cum . quadrati, KI, vel cum rectangulo sub, AZ, & sexquitertia, ZV.

Omnia namq; quadrata, FC, demptis omnibus quadratis oppo-
sitarum hyperbolarum, FAD, EVC, regula, EC, ad omnia qua-
drata figuræ, FADCVE, regula, AV, habent rationem compositam ex ratione omnium quadratorum, FC, demptis omnibus qua-
dratis oppositarum hyperbolarum, FAD, EVC, ad omnia qua-
drata, FC, communi regula, EC, .i. ex ratione rectanguli, AOZ, 10. huius.
bis cum $\frac{2}{3}$. quadrati, VZ, ad rectangulum, AZO, & ex ratione
omnium quadratorum, FC, regula, EC, ad omnia quadrata, FC,
regula, CD, vel, AV, .i. ex ratione, EC, ad, CD, vel rectanguli 29. l. 2.
sub, EC, CD, ad quadratum, CD, & tandem componitur ex ra-
tione omnium quadratorum, FC, regula, DC, ad omnia quadra-
ta figuræ, FADCVE, regula eadem, DC, .i. ex ratione quadrati, 21. huius.
DC, ad quadratum, AV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati KI, duæ vero rationes,
scilicet rectanguli sub, ED, CD, ad quadratum, CD, & quadrati,
CD, ad quadratum, AV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, KI, componunt ratio-

nem

nem rectanguli, DC, CE, vel sub, RZ, EC, ad quadratum, AV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, kI, ergo omnia quadrata, FC, demptis omnibus quadratis oppositarum hyperbolarum, FAD, EVC, regula, EC, ad omnia quadrata figuræ, FADCVE, regula, DC, vel, AV, habebunt rationem compositam ex ratione rectanguli, AOZ, bis cum $\frac{2}{3}$. quadrati, KI, ad rectangulum, AZO, & ex ratione rectanguli sub, RZ, EC, ad quadratum, AV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, KI, .i. cum $\frac{4}{12}$. quadrati, KI, quæ sunt $\frac{4}{3}$. quadrati, LI, .i. rectanguli, AZV, vnde rectangulum sub, AZ, & sexquitertia, ZV, erit æquale tertiæ parti quadrati, kI, erit igitur dicta ratio composita ex ratione primò dicta, & ex ratione rectanguli sub, RZ, EC, ad quadratum, AV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, kI, siue cum rectangulo sub, AZ, & sexquitertia, ZV, quod ostendere propositum erat.

Corol. 21. huius.



THEOREMA XXVI. PROPOS. XXVII.

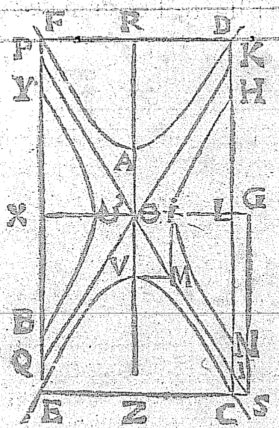
SI in eadem anteced. Proposit. figura intelligantur descriptæ sectiones, quæ ab Apollonio coniugatæ vocantur, quæ sint, Y&B, HTN, coniugatæ prædictis, FAD, EV , habentes scilicet quadratum transuersi lateris, &T, æquale rectangulo sub alio transuerso latere, AV, & linea juxta quam possunt, siue latere recto oppositarum sectionũ, FAD, EVC, & regula sit DC, latus parallelogrammi, FC, expositis primò sectionibus oppositi , FAD, EVC, circumscriptum, æquidistans earum lateri transuerso, AV: Omnia quadrata, FC, ad omnia quadrata figuræ, FADCVE, demptis omnibus quadratis oppositarum hyperbolarum, Y&B, HTN, quæ portionibus laterum, FE, DC, inter oppositas sectiones, Y&B. HTN, existentium constituuntur, erunt vt parallelepipedum sub dimidia basis primò expositarum alterutrius hyperbolarum, vt sub, ZC, & sub quadra-

drato, ZS, (quæ habetur, productis, ZC, OI, donec sibi
occurrant, vt in, S,) ad parallelepipedum bis sub, LT, &
quadrato, TO, cum cubo, TO, & amplius $\frac{1}{3}$. eiusdem cubi.

Producatur, OL, indefinitè, cui occurrat, SG, ducta per, S, ipsi,
ZO, æquidistans, & occursus sit in puncto, G, & per, T, ipsa, MT,
æquidistans ducatur ipsi, AV, & per, V, VM, æquidistans ipsi, V
T, quæ tangent sectiones in punctis, VT, & conuenient inter se
in asymptoto, OS, vt in, M, vt ex pri. Secundi Conicorum elici
potest: Omnia ergo quadrata, FC, ad omnia quadrata figuræ, 21. huius.
FADCVE, vel omnia quadrata, RC, ad omnia quadrata figuræ,
DAVC, sunt vt quadratum, DC, ad quadratum, AV, cum $\frac{1}{3}$. qua-
drati, kI, siue vt quadratum, CL, ad quadratum, OV, vel, TM,
cum $\frac{1}{3}$. quadrati, LI, quia verò quadratum, CL, vel, SG, ad qua-
dratum, MT, est vt quadratum, GO, ad quadratum, OT, & qua-
dratum, GS, ad quadratum, LI, est vt quadratum, GO, ad quadra-
tum, OL, ideò quadratum, SG, ad quadratum, TM, vel, OV, cum
$\frac{1}{3}$. quadrati, LI, erit vt quadratum, GO, ad quadratum, OT, cum
$\frac{1}{3}$. quadrati, OL, siue vt triplum quadrati, GO, ~~ad~~ quadratum, LO,
cum tribus quadratis, OT, vel sumpta, LO, communi altitudine,
vt parallelepipedum sub, LO, & triplo quadrati, OG, ad paralle-
lepipedum sub, LO, & quadrato, OL, cum triplo quadrati, OT,
sic igitur erunt omnia quadrata, RC, ad omnia quadrata figuræ,
DAVC, quod serua.

Insuper omnia quadrata, RC, ad omnia quadrata trianguli, K
OI, sunt vt quadratum, DC, ad $\frac{1}{3}$. quadrati, kI, vel vt quadratum,
CL, vel quadratum, GS, ad $\frac{1}{3}$. quadrati, LI, vel vt quadratum, G
O, ad $\frac{1}{3}$. quadrati, OL, vel vt triplum quadrati, GO, ad quadra-
tum, OL, vel, sumpta, OL, communi altitudine, vt parallelepipe-
dum sub, LO, & triplo quadrati, OG, ad parallelepipedum sub, L
O, & quadrato, LO, .i. ad cubum, LO. Vlterius omnia quadra- 9. huius.
ta trianguli, KOI, ad omnia quadrata hyperbolæ, HTN, sunt vt
cubus, LO, ad parallelepipedum ter sub, OT, & quadrato, TL, cũ
cubo, TL, ergo, ex æquali, omnia quadrata, RC, ad omnia qua-
drata hyperbolæ, HTN, erunt vt parallelepipedum sub, LO, &
triplo quadrati, OG, ad parallelepipedum ter sub, OT, & qua-
drato, TL, cum cubo, TL, erant autem omnia quadrata, RC, ad
omnia quadrata figuræ, DAVC, vt idem parallelepipedum sub, L
O, & triplo quadrati, OG, ad parallelepipedum sub, LO, & qua-
drato, OL, cum triplo quadrati, OT, ergo omnia quadrata, RC,
ad omnia quadrata figuræ, DAVC, demptis omnibus quadratis
hyper-

hyperbolæ, HTN, erunt vt parallelepipedum ſub, LO, & triplo quadrati, OG, ad reliquum, quod habetur, dempto parallelepipedo ter ſub, OT, & quadrato, TL, cum cubo, TL, à parallelepipedo ſub, LO, & quadrato, LO, .i. à cubo, LO, & parallelepipedo ſub, LO, & triplo quadrati, OT, verum, quia cubus, LO, æquatur parallelepipedis ter ſub, OT, & quadrato, TL, ter ſub, TL, & quadrato, TO, cum cubis, OT, TL, ideò ſi à cubo, OL, dematur parallelepipedum ter ſub,
38. l. 2. OT, & quadrato, TL, cum cubo, TL, remanebit parallelepipedum ter ſub, LT, & quadrato, TO, cum cubo, TO, quod iungendum eſt parallelepipedo ſub, LO, & triplo quadrati, TO, habebimus ergo pro quæſito reſiduo parallelepipedum ſub, LO, & quadrato, OT, ter .i. ſub, LT, & quadrato, TO,
36. l. 2. ter, cum tribus cubis, TO, & adhuc parallelepipedum ſub, LT, & quadrato, TO, ter cum cubo, TO, .i. habebimus parallelepipedum ſub, LT, & quadrato, TO, ſexies, cum quatuor cubis, TO, pro quæſito reſiduo, igitur omnia quadrata, RC, ad omnia quadrata figuræ, DAVC, demptis omnibus quadratis hyperbolæ, HTN, vel omnia quadrata, FC, ad omnia quadrata figuræ, FADCVE, demptis omnibus quadratis oppoſitarum hyperbolarum, Y&B, HTN, erunt vt parallelepipedum ſub, LO, & triplo quadrati, OG, ad parallelepipedum ſexies ſub, LT, & quadrato, TO, cum quatuor cubis, TO, .i. vt parallelepipedum ſub, LO, vel, ZC, & quadrato, OG, vel, ZS, ad parallelepipedum bis ſub, LT, & quadrato, TO, cum cubo, TO, & amplius eiuſdem cubi, TO, nam hæc ſunt eorundem ſubtripla, vt conſideranti facilè patebit, quod erat oſtendendum.



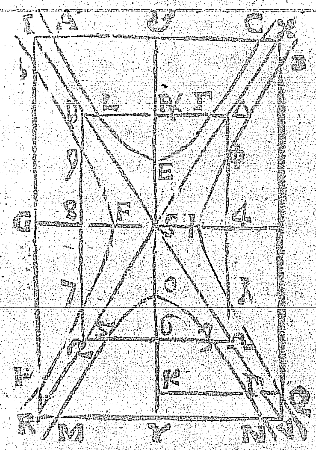
THEOREMA XXVII. PROPOS. XXVIII.

SI, expoſitis ſectionibus coniugatis, parallelogrammũ deſcribatur, habens latera earundem axibus, vel diametris coniugatis parallela, in earum aſymptotis conuenientia, eaſdemq; oppoſitas ſectiones diuidentia alterutro axium, vel diametrorum, ſumpto pro regula: Omnia quadrata deſcripti parallelogrammi ad omnia quadrata figuræ, duobus oppoſitis lateribus parallelogrammi regulæ æquidiſtantibus & reliquorum laterum portionibus inter ſectiones coniugatas, & prædicta latera concluſis, & ipſis coniugatis ſectionibus, comprehenſæ, demptis ab iiſdem omnibus quadratis oppoſitarum hyperbolarum, quarum latus tranſuerſum non fuit ſumptum pro regula, erunt vt cubus dimidij lateris parallelogrammi regulæ non æquidiſtantis, ad duo parallelepipeda, quorum vnum continetur ſub dimidio exceſſus dicti lateris ſuper baſim hyperbolæ, quam idem latus abſcindit, & ſub quadrato dimidij eiuſdem lateris, aliud verò ſub dimidio baſis dictæ hyperbolæ, & ſub $\frac{1}{3}$. quadrati eiuſdem, cum quadrato dimidij lateris tranſuerſi, quod non eſt regula, ab his tamen dempto parallelepipedo ſub dimidio lateris tranſuerſi, quod non eſt regula, & ſub quadrato axis, vel diametri alterutrius hyperbolarum, quarum eſt latus tranſuerſum, vna cũ $\frac{1}{3}$. cubi eiuſdem axis, vel diametri.

Sint igitur expoſitæ ſectiones coniugatæ, AEC, MON, PIQ, BFH, quarum communes aſymptoti indefinitè cum ſectionibus ſint producti, qui ſint, TSV, RSX, ſint autem earum axes, vel diametri coniugatæ, EO, FI, quarum alterutra ſit ſumpta pro regula, vt, FI, ſit vlterius deſcriptum parallelogrammum, TV, latera habens æquidiſtantia ipſis, EO, FI, & in aſymptotis, TV, XR, cõuenientia in punctis, T, R, V, X, ipſaſq; ſectiones diuidentia, ita vt, quæ inter ſectiones manent, fiuntq; hyperbolarum baſes ſint, PQ, NM, HB, AC, quorum æquidiſtantia erunt æqualia. Dico ergo omnia quadrata parallelogrammi, TV, ad omnia quadrata figuræ inte, TX, RV, TB, HR, VQ, PX, & ſectiones, BFH, PIQ, cõcluſæ, demptis ab iiſdẽ omnibus quadratis oppoſitarum hyperbolarum, AEC, MON, eſſe vt cubus dimidij, XV, ad parallelepipedum ſub, QV, & quadrato dimidij lateris, XV, vna cum parallelepipedo ſub dimidio, PQ, & ſub compoſito ex $\frac{1}{3}$. quadrati eiuſdem dimidij, PQ, & quadrato, SO, ab his tamen dempto parallelepipedo ſub, SO, & quadrato reliquæ ad medietatem, XV, cum

$\frac{1}{3}$.cu-

$\frac{1}{3}$. cubi eiusdem reliquæ. Producantur, FI, EO, hinc inde vsq; ad latera, TX, XV, VR, RT, quibus occurrant in punctis, &, Z, Y, G, in quibus illa bifariam diuiduntur, & per, Q; ducatur, QK, æquidistans ipsi, RV: Omnia igitur quadrata parallelogrammi, SV, ad omnia quadrata figuræ, SIQK, habent rationem compositam ex ea, quam habent omnia quadrata, SV, ad omnia qua-



Defin. 12. l. 2. drata, SQ, .i. ex ratione, YS, ad, Sk, & ex ratione omnium quadratorum, SQ, ad omnia quadrata figuræ, SIQk, .i. ex ratione

10. l. 2. 21. huius. quadrati, KQ, ad quadratum, SI, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, kD, .i. ex ratione quadrati, YS, ad quadratũ SO, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, SK, duæ autem rationes, YS, ad, Sk, & quadrati, YS, ad quadratum, SO, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, Sk, componũt rationem cubi, YS, ad parallelepipedum sub, kS, & composito ex quadrato, SO, & $\frac{1}{3}$. quadrati, Sk, ergo omnia quadrata, SV, ad omnia quadrata figuræ SIQk, erunt vt cubus, YS, ad parallelepipedum sub, kS, & composito ex quadrato, SO, & $\frac{1}{3}$. quadrati, Sk:

10. l. 2. Omnia item quadrata, SV, ad omnia quadrata, kV, sunt vt, SY, ad, Yk, .i. sumpta communi basi quadrato, SY, vt cubus, SY, ad parallelepipedum sub, Yk, & quadrato, YS, ergo omnia quadrata, SV, ad omnia quadrata figuræ, SIQk, & parallelogrammi, kV, .i. ad omnia quadrata figuræ, SIQVY, erunt vt cubus, YS, ad parallelepipedum sub, kY, & quadrato, YS, vna cum parallelepipedo sub, kS, & composito ex quadrato, SO, & $\frac{1}{3}$. quadrati, Sk: Quo-

24. l. 2. niam verò omnia quadrata, SV, sunt tripla omnium quadratorũ trianguli, SYV, hæc verò ad omnia quadrata semihyperbolæ, OYN, sunt vt cubus, SY, ad parallelepipedum ter sub, SO, & quadra-

9. huius. to, OY, cum cubo, OY, ideò omnia quadrata, SV, ad omnia quadrata semihyperbolæ, YON, erunt vt tres cubi, SY, ad parallelepipedum ter sub, SO, & quadrato, OY, cum cubo, OY, .i. vt cubus, SY, ad parallelepipedum sub, SO, & quadrato, OY, cum $\frac{1}{3}$. cubi, OY; erant autem omnia quadrata, SV, ad omnia quadrata figuræ, SIQVY, vt cubus, SY, ad parallelepipedum sub, kY, & quadrato, YS, vna cum parallelepipedo sub, kS, & composito ex qua-

quadrato, SO, & $\frac{1}{3}$. quadrati, Sk, ergo omnia quadrata, SV, ad omnia quadrata figuræ, SIQVY, demptis omnibus quadratis semihyperbolæ, YON, vel horũ quadrupla .i. omnia quadrata, GV, ad omnia quadrata figuræ, FIQVRH, demptis omnibus quadratis hyperbolæ, MON, vel horum dupla .i. omnia quadrata, TV, ad omnia quad. figuræ, XPIQVRHFBT, dẽptis omnibus quadratis oppositarum hyperbolarũ, AEC, MON, erunt vt cubus, YS, vel, ZV, ad parallelepipedum sub, kY, & quadrato, YS, vel sub, QV, & quadrato, VZ, vna cum parallelepipedo sub, kS, & composito ex quadrato, SO, & $\frac{1}{3}$. quadrati, Sk, vel vna cum parallelepipedo sub, ZQ, & composito ex quadrato, SO, & $\frac{1}{3}$. quadrati, ZQ, ab his tamen dempto parallelepipedo sub, SO, & quadrato, OY, quæ est reliqua ad ipsam, SY, vel, ZV, vna cum $\frac{1}{3}$. cubi eiusdem reliquæ, NY, quæ est diameter alterutrius hyperbolarum dictarum, quod, &c.

COROLLARIVM.

Hinc habetur omnia quadrata, TV, ad omnia quadrata fig. iam dictæ, quæ comprehenditur terminis, qui sunt, TX, RV, TB, HR, VQ, PX, & sectionibus oppositis, BFH, PIQ, esse vt cubus, YS, ad parallelepipedum, sub, KY, & quadrato, YS, vna cum parallelepipedo sub, KS, & composito ex quadrato, SO, & $\frac{1}{3}$. quadrati, SK, vt superius ostensum est.

THEOREMA XXVIII. PROPOS. XXIX.

In eadem anteced. figura si aliud parallelogrammum describatur vtcunque, conditionibus tamen, quo, TV, descriptum est, cuius latera sectiones coniugatas diuidant, quod sit parallelogrammum, $B\Omega$, cuius latera sectiones cõiugatas diuidant in punctis, L, Γ, Φ, Λ, 3, Σ, 7, 9, & axes, vel diametros coniugatas, &, Y, GZ, in punctis, R, 8, 6, 4, regula alterutro axium, vel diametrorum coniugatarum, VT, FI: Ostendemus omnia quadrata figuræ, quæ remanet demptis oppositis hyperbolis, BFH, PIQ à parallelogrammo, TV, ablatis ab ijsdem omnibus quadratis oppositarum hyperbolarum, AEC, MON, (quæ figura breuitatis causa dicatur, figura parallelogrammi, TV,) ad omnia quadrata figuræ, quæ remanet, demptis oppositis hyperbolis, ΦIΛ, 9F7, à parallelogrammo, βΩ, ablatis ab ijſdem omnibus quadratis oppoſitarum hyperbolarum, LEΓ, ΣO3, quæ dicatur figura parallelogrammi, βΩ, eſſe vt parallelepipedum ſub, QV, & quadrato. VZ, vna cum parallelepipedo ſub, QZ, & compoſito ex quadrato, SO, & $\frac{1}{3}$. quadrati, QZ, ab his dempto parallelepipedo ſub, SO, & quadrato, OY, & $\frac{1}{3}$. cubi, OY, ad parallelepipedum ſub, ΛΩ, & quadrato, Ω4, vna cum parallelepipedo ſub, Λ4, & compoſito ex quadrato, SO, & $\frac{1}{3}$. quadrati, Λ4, dempto parallelepipedo ſub, SO, & quadrato, O6, cum $\frac{1}{3}$. cubi, O6.

Nam omnia quadrata figuræ parallelogrammi, TV, demptis iam dictis, ad omnia quadrata figuræ parallelogrammi, βΩ, demptis iam dictis, habent rationem compoſitam ex ratione omniũ quadratorum primò dictæ figuræ, demptis, &c. ad omnia quadrata, TV, .i. ex ea, quam habet parallelepipedum ſub, QV, &
Ex antec. quadrato, VZ, vna cum parallelepipedo ſub, QZ, & compoſita ex quadrato, OS, & $\frac{1}{3}$. quadrati, QZ, dempto ab his parallelepipedo ſub, SO, & quadrato, OY, & $\frac{1}{3}$. cubi, OY, ad cubum, ZV, itẽ ex ratione omnium quadratorum, TV, ad omnia quadrata, βΩ,
9.l. 2. ideſt ex ratione cubi, VZ, ad cubum, Ω4, quia parallelogramma, TV, βΩ, ſunt ſimilia, cum ſint circa eandem diametrum, & tandẽ ex ratione omnium quadratorum, βΩ, ad omnia quadrata figuræ
Ex antec. parallelogrammi, βΩ, demptis iam dictis, .i. ex ratione cubi, Ω4, ad parallelepipedum ſub, ΛΩ, & quadrato, Ω4, vna cum parallelepipedo ſub, Λ4, & compoſito ex quadrato, SO, & $\frac{1}{3}$. quadrati, Λ4, ab his dempto parallelepipedo ſub, SO, & quadrato, O6, vna cum $\frac{1}{3}$. cubi, O6, rationes autem parallelepipedorum primò dictorum, dempto parallelepipedo ſub, SO, & quadrato, OY, cum $\frac{1}{3}$. cubi, OY, ad cubum, ZV, cubi, ZV, ad cubum, Ω4, & cubi, Ω4, ad parallelepipeda poſtremò dicta, dempto parallelepipedo ſub, SO, & quadrato, O6, cum $\frac{1}{3}$. cubi, O6, componunt rationem pa-
Defin. 12. l. 1. rallelepipedorum primò dictorum, dempto iam dicto ad parallelepipeda poſtremò dicta, dempto iam dicto, ergo omnia quadrata figuræ parallelogrammi, TV, demptis omnibus quadratis oppoſitarum hyperbolarum, AEC, MON, ad omnia quadrata figuræ parallelogrammi, βΩ, demptis omnibus quadratis oppoſitarum hyperbolarum, LEΓ, ΣO3, erunt vt parallelepipedum ſub, QV, & quadrato, VZ, vna cum parallelepipedo ſub, QZ, & compoſito ex quadrato, SO, & $\frac{1}{3}$. quadrati, QZ, ab his dempto parallelepipe-

pipedo ſub, SO, & quadrato, OY, cum $\frac{1}{3}$. cubi, OY, ad parallelepipedum ſub, ΛΩ, & quadrato, Ω4, vna cum parallelepipedo ſub, Λ4, & compoſito ex quadrato, SO, & $\frac{1}{3}$. quadrati, Λ4, ab his dẽpto parallelepipedo ſub, SO, & quadrato, O6, cum $\frac{1}{3}$. cubi, O6, quod oſtendere opus erat.

COROLLARIVM.

Hinc patet, quod eadem methodo oſtendemus omnia quadrata figuræ parallelogrammi, TV, nihil ab eis dempto, ad omnia quadrata figuræ parallelogrammi βΩ, nihil pariter ab eis dempto, eſſe vt parallelepipeda primò dicta ad parallelepipeda ſecundò dicta.

THEOREMA XXIX. PROPOS. XXX.

In omnibus huius Lib. 5. Propoſitionibus, in quibus duarum quarumcunq; figurarum notificata fuit ratio omnium quadratorum, iuxta regulas in eiſdem aſſumptas, nota etiam euadit ratio ſimiliarium ſolidorum, quæ ex illis gignuntur figuris, iuxta eaſdem regulas.

Quoniam enim oſtenſum eſt Lib. 2. Prop. 23. vt omnia quadrata duarum figurarum inter ſe ſumpta cum datis regulis, ita eſſe ſolida ſimilaria genita ex ijſdem figuris iuxta eaſdem regulas, ideò cum in huius Libri Propoſitionibus inuẽta eſt ratio omnium quadratorum duarum figurarum cum talibus regulis, colligemus etiã nunc eandem eſſe rationem duorum ſimilarium ſolidorum, quæ ex illis figuris iuxta eaſdem regulas genita dicuntur, quæ amplius in ſequentibus dilucidabimus ſingulas Propoſitiones, quæ opportunæ fuerint, denuò aſſumentes.

Vnde cum in prima Propoſ. exempli gratia oſtenſum eſt (conſpecta denuò eiuſdem figura) omnia quadrata hyperbolæ, DBF, regula, DF, ad omnia quadrata, AF, eſſe vt compoſitam ex, NB, & $\frac{1}{3}$. BE, ad, OE, eandem comperiemus habere rationem ſolidum ſimilare genitum ex hyperbola, DBF, ad ſolidum ſimilare genitũ ex, AF, iuxta communem regulam, DF; & eodem pacto colligemus, veluti omnia quadrata hyperbolæ, DBF, ad omnia quadrata trianguli, DBF, ſunt vt compoſita ex ſexquialtera, OB, & ex, BE, ad, OE, ita eſſe ſolidum ſimilare genitum ex hyperbola, DBF, ad sibi similare genitum ex triangulo, DBF, iuxta communem regulam, DF.

SCHOLIVM.

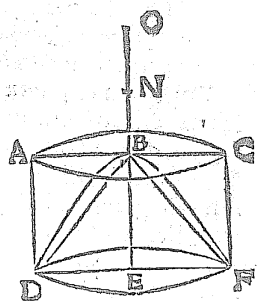
Qvoniam verò ex Propos. 45. Lib. Primi habetur, quod si quæ cunque conoïs hyperbolica, in cuius basi sit cylindrus, & conus & circa eundem axem, vel diametrum secetur planis basi æquidistantibus, quibus pariter secentur cylindrus, & conus, fient conceptæ in solidis figuræ similes basi, ideò omnia plana eorundem regula basi erũt omnes figuræ similes dictorum solidorum, in quibus si ducatur planum per axem, producet in ipsis figuras genitrices earundem, nempè parallelogrammum in cylindro, hyperbolam in conoide, & triangulum in cono, dicta autem solida erunt similaria genita ex his figuris genitricibus iuxta communem regulam ipsam basim, & ideò eorũ ratio nota erit, quia scimus quam rationem habeant inter se omnia quadrata dictarum genitricium figurarum, regula basi. Hæc autem similiter pro sequentibus memoria teneantur, in quibus fiet nostrum solitum exemplum per reuolutionem figurarum circa suos axes, vt habeamus omnes figuras similes genitorum solidorum, quæ sint circuli diametros in figuris genitricibus, quibus sint erecti, situs habentes, licet eadem verificentur sumptis non axibus, sed tantum diametris, vt alibi pluries repetitum est, ex dictis autem infrascripta habentur Corollaria.

45.l.1.

Elicitur ex 45.l.1.pro Conoide Hyperb.& ex Cor.3. 34.l.2.pro Cylindro, & Cono.

COROLLARIVM I.

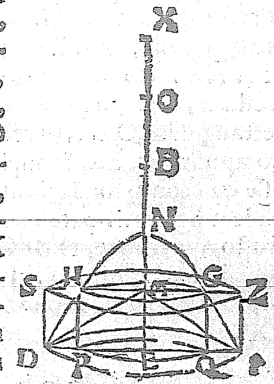
VT igitur fiat nostrum exemplum in Prop. 1. reuoluatur parallelogrammum, AF, circa manentem axim, BE, vt fiat ex parallelogrammo, AF, cylindrus, AF, ex hyperbola, DBF, conois, DBF, & ex triangulo, DBF, conus, DBF, colligitur ergo cylindrum, AF, ad conoidẽ, DBF, esse vt, OE, ad compositam ex, NB, & $\frac{1}{2}$. BE, conoidem autem, DBF, ad conum, DBF, esse vt compositam ex sexquialtera, OB, & ex, BE, ad OE; & ita esse solida quæcunque similaria genita ex eisdem figuris .i. ex parallelogrammo, AF, hyperbola, DBF, & triãgulo, DBF, iuxta communem regulam, DF, vt supra dictum est, quę declarare oportebat.



CO-

COROLLARIVM II.

IN Prop. 2. assumpta eius figura, dimissis parallelogrammis, AZ, CG, & rectis, CH, RG, LK, vt fiat nostrum exemplum reuoluatur figura circa manentem axim, NE, vt fiat ex parallelogrammo, SF, cylindrus, SF, ex triangulo, DMF, conus DMF, & ex hyperbolis, DNF, HNG, conoides hyperbolicæ, DNF, HNG, patet ergo ex hac Propos. conoidem, DNF, ad conoidem, HNG, abscissam plano, HG, æquidistante ipsi plano, DF, esse vt parallelepipedũ sub, XE, & quadrato, EN, ad parallelepipedum sub, XM, & quadrato, MN, & sic esse quodlibet solidum similare genitum ex hyperbola, DNF, ad sibi similare genitũ ex hyperbola, HNG, iuxta communem regulam, DF.



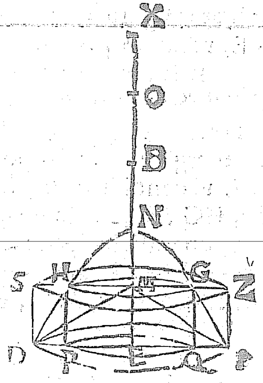
COROLLARIVM III.

IN Prop. 3. patet in superioris figura, in qua eius exemplum constructum est, cylindrum, SF, ad frustum conoidis, HDFG, esse vt rectangulum, OEN, ad rectangulum sub, OE, &, NM, vna cum rectangulo sub composita ex $\frac{1}{2}$. NO, & $\frac{1}{3}$. ME, & sub, ME. Et conum, DMF, ad idem frustum esse, vt rectangulum, OEN, ad rectangulum sub, OE, & tripla, NM, vna cum rectangulo sub composita ex, NX, &, ME, & sub, ME; & sic esse solida similaria quæcunq; genita ex eisdem figuris, parallelogrammo nẽpè, SF, frusto hyperbolæ, HDFG, & triangulo, DMF, iuxta cõmunem regulam, DF.

COROL-

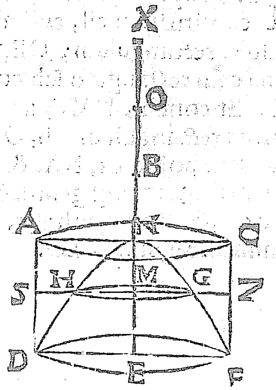
COROLLARIVM IV.

IN Prop. 4. iterum aſſumpta figura Coroll. 2. patebit cylindrũ, SF, ad fruſtum hyperbolicum, HDFG, ab eo dempto cylindro, HQ, eſſe vt rectangulum, OEN, ad rectangulum ſub compoſita ex $\frac{1}{3}$. EM, integra, MN, & $\frac{1}{2}$. NO. Conum verò, DMF, ad idẽ fruſtum, dempto cylindro, HQ, eſſe vt rectangulum, OEN, ad rectangulum ſub compoſita ex, EX, & dupla, NM: & ſic eſſe quæcunq; ſolida ſimilaria genita ex eiſdem figuris .ſ. parallelogrammo, SF, fruſto hyperbolæ, HDFG, dempto ſolido ſimilari genito ex, HQ, & triangulo, DMF, iuxta communem regulam, DF.



COROLLARIVM V.

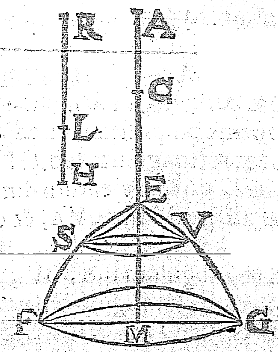
IN Prop. 5. aſſumpta iterum figura Prop. 2, dimiſsis rectis, CP, RQ, Lk, & triangulo, DM, &, vt fiat ſolitum exemplum, ea reuoluta circa axem, NE, vt ex, AF, fiat cylindrus, AF, ex hyperbola, DNF, conois, DNF, quæ ſolida ſint ſecta plano, SZ, baſi, DF, æquidiſtante, patet cylindrum, AF, dẽpta conoide, DNF, ad cylindrum, SF, dempto fruſto conoidis, DHGF, eſſe vt parallelepipedum ſub cõpoſita ex, XE, EN, & ſub quadrato, NE, ad parallelepipedum ſub compoſita ex, XE, EN, NM, & ſub quadrato, ME; & ſic eſſe quodlibet ſolidum ſimilare genitum ex, AF, dempto ſolido ſimilari genito ex hyperbola, DNF, ad ſibi ſimilare genitum ex, SF, dempto ſolido ſimilari genito ex fruſto hyperbolæ, DHFG, iuxta communem regulam, DF.



CO-

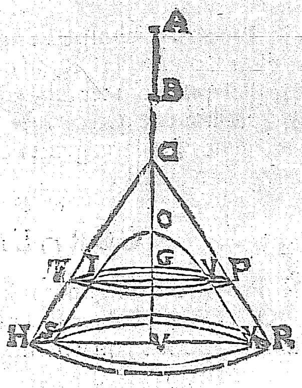
COROLLARIVM VI.

IN Prop. 6. expoſita eius figura, & vt fiat noſtrum exemplum eadem circa, EM, reuoluta, patet planum tranſiens per, SV, æquidiſtans baſi, FG, à cono.de, FEG, reſecare conoidem, SEV, quæ ad conum, SEV, habet rationem datam, quam nempè habet, HR, ad, RL, idq; diſcimus efficere quocunque ſolido ſimilari exiſtente, FEG, cuius figura genitrix ſit, FEG, à quo .ſ. ſciemus abſcindere per planũ baſi æquidiſtans ſolidum ſibi ſimilare, quod nempè erit genitũ ex hyperbola, SEV, quod ad ſolidum ſibi ſimilare genitum ex triãgulo, SEV, habeat rationem datam, dummodo data ratio ſit quidem maioris inæqualitatis, ſed minor ſexquialtera.



COROLLARIVM VII.

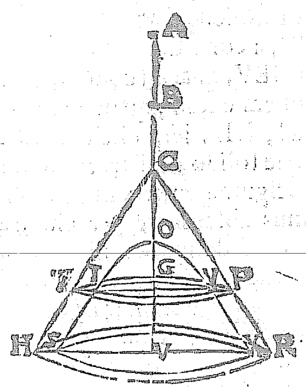
IN Prop. 7. expoſita eius figura, dimiſsis tamen rectis, ED, SOXO, & parallelogrammis, GX, GR, eadem reuoluatur circa manentem axim, CV, vt ex triangulo, HCR, fiat conus, HCR, & ex hyperbola, SOX, conois, SOX, patet ergo conum, HCR, ad conoidem, SOX, eſſe in ratione compoſita ex ea, quã habet quadratum, SX, ad quadratum, HR, & rectangulum, AVO, ad rectangulum, BVC.



CO-

COROLLARIVM VIII.

IN Prop. 8. ſumpto exemplo ex anteced. figura, in qua trapezium, THRP, in reuolutione genuit fruſtum coni, THRP, & fruſtum hyperbolæ, IYXS, genuit fruſtum conoidis, IYXS; patet fruſtum coni, THRP, ad fruſtum conoidis, IYXS, habere rationem compoſitam ex ea, quã habet rectangulum ſub, GP, VR, cum $\frac{1}{3}$. quadrati earum differentiæ ad quadratum, VX, & ex ea, quam habet rectãgulum, BVO, ad rectangulum ſub, BV, OG, vna cum rectangulo ſub compoſita ex $\frac{1}{2}$. BO, & $\frac{1}{3}$. GV, & ſub, GV; & ſic eſſe quodlibet ſolidũ ſimilare genitum ex trapezio, THRP, ad ſibi ſimilare genitum ex fruſto hyperbolæ, ISXY, iuxta communem regulam, HR.



COROLLARIVM IX.

EX Propoſ. 9. conſpecta figura Corollarij 7. manifeſtò colligitur Conum, HCR, ad conoidem, SOX, eſſe vt cubus, CV, ad parallelepipedum ter ſub, CO. & quadrato, OV, cum cubo, OV, & ſic etiam eſſe quæcunq; ſolida ſimilaria genita ex triangulo, HCR, ad ſibi ſimilaria genita ex hyperbola, SOX, iuxta communem regulam, HR.

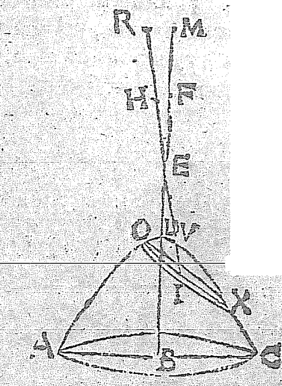
COROLLARIVM X.

IN Prop. 10. colligimus ſolida ſimilaria genita ex hyperbolis, AOC, OVX, habere inter ſe rationem compoſitam ex rationibus ibi appoſitis, quæ breuitatis gratia imbi recolantur.

COROLLARIVM XI.

IN Propoſ. 11. expoſita eius figura, habemus conoides hyperbolicas ab eadem conoide diremptas, habere inter ſe rationẽ com-

poſitam ex duabus rationibus ibidem appoſitis. Vt autem fiat noſtrum exemplum, intelligatur in ipſa (in qua dimittantur aſymptoti, & rectæ, ad, DC, OV, VX, PO, PX,) BD, eſſe axem, circa quam reuoluatur figura, vt ex hyperbola, ADC, fiat conois hyperbolica, ADC; vlterius per, OX, traducatur planum, OX, erectum plano genitricis hyperbolæ, ADC, cuius pars in conoide concepta erit ellipſis, OX, cuius maior diameter, OX, minor autem in figura propoſitionis linea, PO, habemus igitur ex Prop. 11. conoidem, ADC, ad conoidem, OVX, habere rationem compoſitam ex ratione rectanguli ſub, MB, HI, ad rectangulum ſub, RI, FB, & ex ratione parallelepipedi ſub altitudine hyperbolæ, ADC, baſi quadrato, AC, ad parallelepipedum ſub altitudine hyperbolæ, OVX, baſi autem rectangulo ſub, XO, OP, veluti ſunt omnia quadrata hyperbolæ, ADC, regula, AC, ad omnia rectangula hyperbolæ, OVX, (regula, OX,) ſimilia rectangulo ſub, XO, OP, ſiue omnes circuli eiuſdem ad omnes ellipſes hyperbolæ, OVX, ſimiles ellipſi, cuius coniugati axes, vel diametri ſunt, XO, OP. XO, maior, OP, minor, nam omnes dicti circuli ſunt omnia plana conoidis, ADC, regula, AC, & dictæ omnes ellipſes ſunt omnia plana conoidis, OVX, eandem autem rationem ſupradictæ comperiemus habere quæcunq; ſolida non quidem ſimilaria inter ſe, ſed quorum omnia plana ſint omnes figuræ ſimiles genitricium figurarum, ADC, OVX, á quibus genita dicuntur, quæ habeant inter ſe eandem rationem ei, quam habet quadratum, AC, ad rectangulum, XOP.



43. l. 1. Coro. 44. l. 1.

Corol. 2. 33. l. 2.

COROLLARIVM XII.

IN Propoſ. 12. conſpecta illius figura, & completis conoidibus, BAD, HMQ, patet eorum rationem eſſe compoſitam ex rationibus ibi explicatis, vbi videri poterunt. Quas quidem rationes comperiemus etiam habere quæcunq; ſolida, licet etiam non ſimilaria ad inuicem, genita tamen ex eiſdem figuris, quarum omnes figuræ ſimiles (inter ſe, quę ſunt vnius, vtriuſq; tamen figuræ genitricis diſſimiles) habeant eandem rationem, quam habent preprædicta omnia quadrata, vel rectangula, vt supra ad inuicem comparata.

COROLLARIVM XIII.

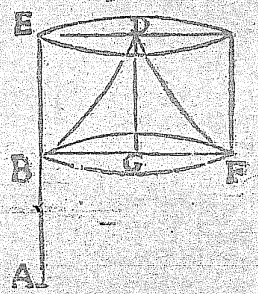
Elicitur ex Coro. 50. l. 8.

IN Prop. 13. habetur similes conoides hyperbolicas esse in tripla ratione axium, vel diametrorum earundem, quippe quæ ex similibus hyperbolis nascuntur: Igitur in anteced. Corollarij figura, si supponantur similes hyperbolæ, BAD, HMQ, vt fiant ex illis similes conoides hyperbolicæ, FEG, HTS, istæ erunt inter se in tripla ratione axium, AC, MP, & sic erit quodlibet solidum similare genitum ex hyperbola, FEG, ad sibi similare genitum ex hyperbola, HTS, iuxta regulas, FG, HS.

Coro. 50. l. 8.

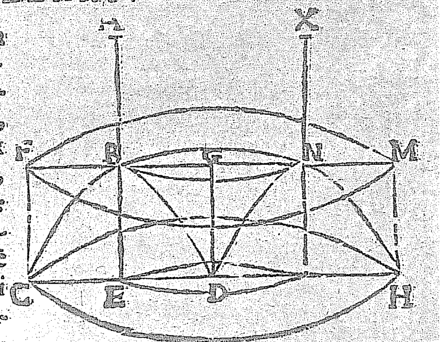
COROLLARIVM XIV.

IN Prop. 14. exposita eius figura, vt fiat exemplum, reuoluatur circa axim, DG, vt ex, EG, fiat cylindrus, EF, & ex trilineo, DGB, solidum, DBGF, quod vocetur: Apex hyperbolicus; patet ergo cylindrum, EF, ad apicem, BDF, esse vt, BD, ad sui reliquum, dempta ab eodem semihyperbola, BED, vna cum excessu, quo ipsa superat $\frac{1}{3}$ parallelogrammi, BD, & $\frac{1}{3}$ BM; & sic esse patet, quodlibet solidum similare genitum ex, BD, ad sibi similare genitum ex semihyperbola, BED, iuxta communem regulam, ED.



COROLLARIVM XV.

IN Propos. 15. exposita eius figura, vt fiat exemplum, eadem voluatur circa axim, GD, vt ex, FD, fiat cylindrus, FH, & ex hyperbola, CBD, solidum, CBDNH, quod vocetur: Semianulus strictus hyperbolicus: intelligantur autē semper hæc solida secari per axem, vt ijs producantur figuræ, quæ in reuolu-

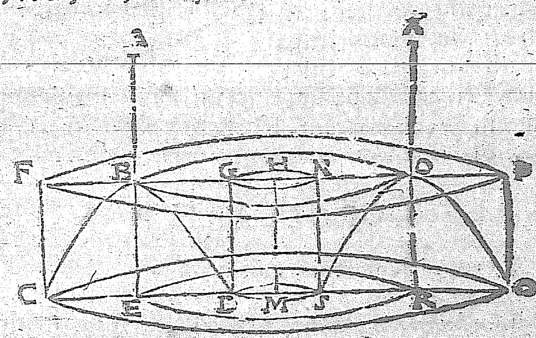


tione

tione eadem generant, nempè ex tenso plano, FD, per axem, GD, produci figuram, FH, compositam ex duobus parallelogrammis, FD, DM, & figuram, CBDNH, compositam ex duabus hyperbolis, CBD, DNH; patet ergo cylindrum, FH, ad solidum, CBDNH, esse vt, FD, ad hyperbolam, CBD, & sic esse quodlibet solidum similare genitum ex, FD, ad sibi similare genitum ex hyperbola, CBD, iuxta communem regulam, CD.

COROLL. XVI. SECTIO PRIOR.

IN Prop. 16. vt fiat exemplum, reuoluatur eius figura circa axim, HM, vt ex, FM, fiat cylindrus, FQ, & ex hyperbola, CBD, solidum, CBD, SOQ, quod vocetur: Semianulus latus hyperbolicus patet ergo cylindrum, FQ, ad semianulū latum hyperbolicum, CBDSOQ, esse vt, FD, ad hyperbolam, CBD, & sic esse quodlibet solidum similare genitum ex, FD, ad sibi similare genitum ex hyperbola, CBD, iuxta communem regulam, CD.



SECTIO POSTERIOR.

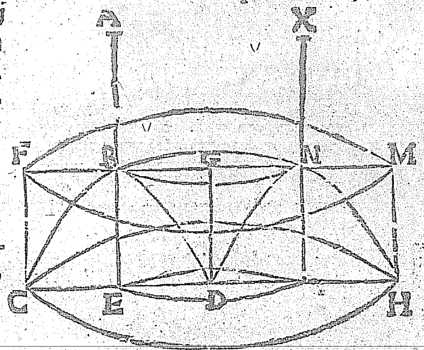
VNde habetur ex Corollario cylindrum, FH, in figura Corollarij antecedentis ad semianulum strictum hyperbolicū, CBDNH, esse vt cylindrum, FQ, in figura huius Corollarij ad semianulum latum hyperbolicum, CBDSOQ, & sic solida similaria, &c.

COROLLARIVM XVII.

IN Prop. 17. si, ducta parallela axi, vel diametro hyperbolæ, BE, sit, GD, patet in figura Corollarij 15. quam rationem ha-

 beat

beat cylindrus, FH, ad solidum, CBNH, quod vocetur: Semibasis columnaris stricta hyperbolica: Si verò dicta parallela sit, HM, patet in figura Corollarij anteced. quam rationem habeat cylindrus, FQ, ad solidum, CBOQ, quod vocetur: Semibasis columnaris lata hyperbolica: si tandem sit, RS, voluto, FS, circa axim, RS, vt ex, FS, fiat cylindrus, FH, & ex figura, CBRS, solidum, CBDH, quod vocetur: Semibasis columnaris media hyperbolica: patet cylindrum, FH, ad semibasim, CBDH, esse vt quadratum, CS, ad quadratum, SE, quadratum, EI, & rectangulum bis sub, VE, ES, vt & solida similaria ex eisdem genita iuxta communẽ regulam, CS.



COROLLARIVM XVIII.

IN Prop. 18. habetur, visis proximis antecedentibus figuris, semianulum latum hyperbolicum, CBDSOQ, ad semianulum strictum hyperbolicum, CBDNH, esse vt, CM, MD, ad, DC; & sic solida similaria, &c.

COROLL. XIX. SECTIO PRIOR.

IN Prop. 19. habetur, visa figura Corollarij 15. conoidem hyperbolicam genitam ex semihyperbola, CBE, ad semianulũ strictum hyperbolicum, CBDNH, esse vt quadratum, IE, ad rectangulum sub, CD, & dupla, VE.

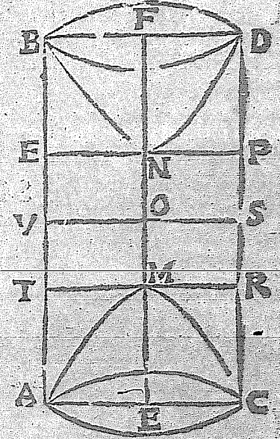
SECTIO POSTERIOR.

VNde in Corollario colligitur eandem conoidem ad semianulum latum hyperbolicum esse vt quadratum, EI, ad rectangulum sub composita ex, CM, MD, & sub dupla, VE, & sic solida similaria ex eisdem figuris genita iuxta communem regulam, CD.

CO-

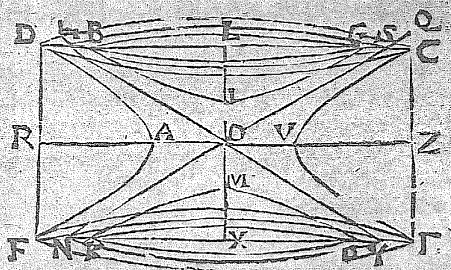
COROLLARIVM XX.

IN Prop. 20. exposita eius figura, & vt fiat solitum exemplum; ea circa axim, FE, reuoluta, vt ex, BE, fiat cylindrus, BC, & ex oppositis hyperbolis, BND, AMC, fiant conoides, BND, AMC, quę pariter dicantur; Conoides oppositę, patet cylindrum, BC, ad reliquum, demptis ab eodem oppositis conoidibus, AMC, BND, esse vt rectangulũ, NEO, ad rectangulum; NOE, bis, cum $\frac{2}{3}$. quadrati, ME; & sic esse quodlibet solidum similare genitum ex, BE, ad reliquum, demptis ab eodem solidis similaribus genitis ex semihyperbolis, BNF, AME, vel sic solidum quodlibet similare genitum ex, BC, ad relliquum ab eodem, demptis solidis similaribus genitis ex hyperbolis oppositis, BND, AMC, iuxta communem regulam, AC.



COROLLARIVM XXI.

IN Prop. 21. exposita eius figura, & ea circa axim, LX, reuoluta, vt ex, DX, fiat cylindrus, DE, & ex figura, DAFEVC, solidum, DAFEVC, quod vocetur: Tympanum hyperbolicũ: & ex triangulis, HLO, OXN, oppositi coni, HOS, NOY, patet cylindrum, DE, ad tympanum, DAFEVC, esse vt quadratum, FE, ad quadratum, AV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, HS,. Vel (vt aliter ibi explicatur) vt quadratum, RZ, ad quadratum, AV, vna cum rectangulo sub, AZ, & sesquitertia, ZV; & sic esse quodlibet solidum similare genitum ex, DE, ad sibi simi-



ſimilare genitum ex figura, DAFEVC, iuxta communem regulam, FE.

COROLL. XXII. SECTIO PRIMA.

IN Prop. 22. ſi in ſuperioris figura ſupponamus, FR, eſſe æqualem ei, quæ tangens ſectionem, DAF, in, A, concluditur inter, A, & aſymptoton, ON, habetur cylindrum, DE eſſe ſexquialterum tympani hyperbolici, DAFEVC, & hoc tympanũ eſſe quadruplum conorum, NOY, HOS, & ſic eſſe ſolida ſimilaria ex eiſdem figuris genita iuxta communem regulam, DC.

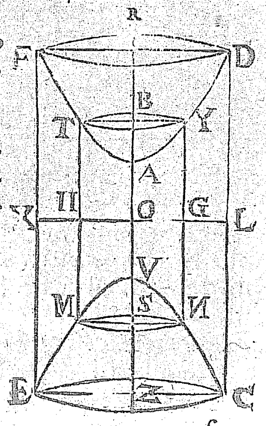
SECTIO II.

IN Coroll. 1. habetur cylindrum, DE, ad tympanum hyperbolicum, DAFEVC, demptis conis oppoſitis, HOS, NOY, eſſe vt quadratum, DC, ad quadratum, AV, & in caſu præſentis Prop. eſſe eorum dupla, & ſic ſolida ſimilaria, &c.

SECTIO III.

IN Coroll. 2. diſcimus inuenire cylindrum deſcriptum à parallelogrammo ſectionibus oppoſitis circumſcripto, vt ibi dicitur, quod ad reliquum tympani hyperbolici, demptis oppoſitis conis, habeat rationem datam, dummodo ea ſit maioris inæqualit. idem intellige de ſolidis ſimilaribus, &c.

COROLLARIVM XXIII.

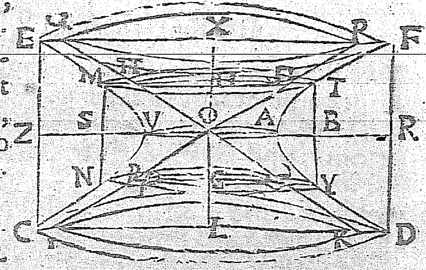


IN Prop. 23. aſſumpta eius figura, &, vt fiat exemplum, ea circa axim, RZ, reuoluta, vt ex, FC, fiat cylindrus, FC, & ex, TN, cylindrus, TN, & ex oppoſitis, hyperbolis, FAD, EVC, oppoſitæ conoides, FAD, EVC, & ex, TAY, MVN, oppoſitæ, conoides, TAY, MVN, patet ergo cylindrum, FC, demptis oppoſitis conoidibus, FAD, EVC, ad cylindrum, TN, demptis oppoſitis conoidibus, TAX, MVN, eſſe vt parallelepipedum ſub, ZV, & baſi rectangulo, VOZ, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, ZV, ad parallelepipedum ſub, ZV, baſi rectangulo, VOS, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, SV; & ſic

ſic eſſe quodlibet ſolidum ſimilare genitum ex, FC, demptis ſolidis ſimilaribus genitis ex oppoſitis hyperbolis, FAD, EVC, ad ſolidum ſibi ſimilare genitum ex, TN, demptis ſolidis ſimilaribus genitis ex oppoſitis hyperbolis, TAY, MVN, iuxta communem regulam, EC.

COROLLARIVM XXIV.

IN Propoſ. 24. expoſita eius figura, &, vt fiat exemplum, ea circa axem, XL, reuoluta, vt ex figura, EVCDAF, fiat tympanum hyperbolicum, EVCDAF, & ex figura, MVNYAT, fiat tympanum hyperbolicum, MVNYAT, patet tympanum, EVCDAF, ad tympanum, MVNYAT, eſſe vt parallelepipedum ſub, XL, & quadrato, RZ, cum duplo quadrati, AV, ad parallelepipedum ſub, HG, & quadrato, BS, cum duplo quadrati, AV; & ſic eſſe quodlibet ſolidum ſimilare genitũ ex figura, EVCDAF, ad ſibi ſimilare genitum ex figura, MVNYAT, iuxta communem regulam, CD.



COROLLARIVM XXV.

IN Prop. 25. viſa figura anteced. Coroll. in qua ex triangulis, QOP, IOK, geniti ſint coni oppoſiti, QOP, IOK, & ex triangulis, ΠOΩ, ℞O&, coni oppoſiti ΠOΩ, ℞O&, patet tympanũ, EVCDAF, demptis conis, QOP, IOK, ad tympanum, MVNYAT, demptis conis, ΠOΩ, ℞O&, eſſe vt, XL, ad, HG; & ſic eſſe ſolidum ſimilare genitum ex figura, EVCDAF, demptis ſolidis ſimilaribus genitis ex triangulis, QOP, IOK, ad ſolidum ſimilare genitum ex figura, TAYNVM, demptis ſolidis ſimilaribus genitis ex triangulis, &O℞, ΩOΠ, iuxta communem regulam, AV.

COROLLARIVM XXVI.

IN Prop. 26. viſis figuris Corollarij 23. 24. & ſuppoſito, FC, eſſe idem parallelogrammum, in vtriſq; figuris patet cylindrum

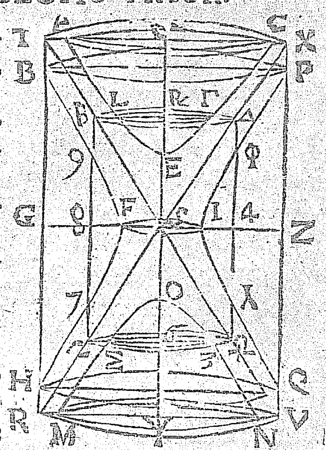
drum, FC, in figura Coroll. 23. demptis oppositis conoidibus, FAD, EVC, ad tympanum hyperbolicum genitum ex figura, EVCDAF, in figura Coroll. 24. scilicet ad tympanum hyperbolicum, EVCDAF, habere rationem compositam ex ratione rectanguli, AOZ, bis cum $\frac{2}{3}$. quadrati, VZ, ad rectangulum, AZO, & ex ratione rectanguli sub, DC, vel, RZ, & sub, EC, ad quadratum, AV, cum $\frac{1}{3}$. quadrati, KI, vel cum rectangulo sub, AZ, & sexquitertia, ZV, & sic esse quodlibet solidum similare genitum ex, FC, demptis solidis similaribus genitis ex oppositis hyperbolis, FAD, EVC, iuxta communem regulam, EC, ad solidum similare sibi genitum ex figura, EVCDAF, iuxta regulam, CD.

COROLLARIVM XXVII.

IN Prop. 27. conspecta figura Coroll. 21. intelligantur descriptæ sectiones, BIG, kMP, quæ dicuntur coniugatæ sectionibus, DAF, CVE, ex quibus in reuolutione genitæ fuerint oppositæ conoides, B G, kMP, patet igitur cylindrum, DE, ad tympanum hyperbolicum, DAF, EVC, demptis oppositis conoidibus, BIG, KMP, esse vt parallelepipedum sub, ZC, & sub quadrato, ZQ (quæ habetur extensa, ZC, ad asymptoton producta .s. ad, OS, cui occurrat in, Q,) ad parallelepipedum bis sub, XM, & quadrato, MO, cum cubo, MO, & amplius $\frac{1}{3}$. eiusdem cubi; & sic esse quodlibet solidum similare genitum ex, FC, ad sibi similare genitũ ex figura, DAFEVC, demptis solidis similaribus genitis ex oppositis hyperbolis, BIG, KMP, iuxta cõmunẽ regulam, FE, vel, AV.

COROLL. XXVIII. SECTIO PRIOR.

IN Prop. 28. illius assumpta figura, eadem reuoluatur circa axẽ, &Y, vel, GZ, sit autem reuolutio circa, &Y; patet ergo cylindrum genitum ex, TV, nempè, TV, ad reliquum, ab eodem demptis solidis genitis ex quatuor hyperbolis coniugatis, BFH, PIQ, AEC, MON, esse vt cubus, ZV, vel, SY, ad parallelepipedum sub, QV, & quad. ZV, vna cum parallelepipedo sub, ZQ, & sub composito ex $\frac{1}{3}$. quadrati, ZQ, & quadrato, SO, ab his tamen dempto parallelepipedo sub, SO, & quadrato, OY, cum $\frac{1}{3}$. cubi, OY, & sic esse soli-



solidum similare quodcunque genitum ex parallelogrammo, TV, ad sibi similare genitum ex figura, TBFHRVQIPX, demptis solidis similaribus genitis ex oppositis hyperbolis, AEC, MON, iuxta communem regulam, RV; eadem verò esse ostendemus sumpta pro regula ipsa, VX, & reuolutione facta circa axem, GZ.

SECTIO POSTERIOR.

IN Coroll. colligitur cylindrum, TV, ad cylindrum, TP, &, HV, cum tympano, BFHQIP, esse vt cubus, YS, ad parallelepipedũ sub, KY, & quadrato, YS, vna cum parallelepido sub, KS, & composito ex quadrato, SO, & $\frac{1}{3}$. quadrati, SK; & sic solida similaria ex eisdem figuris genita iuxta ibi assumptam regulam, RV.

COROLL. XXIX. SECTIO PRIOR.

IN Propos. 29. visa eius figura, eaque reuoluta circa axem, &Y, vt in anteced. conspicitur, patet solidum in reuolutione descriptum à figura residua, demptis à parallelogrammo, TV, quatuor hyperbolis, BFH, PIQ, AEC, MON, ad solidum descriptum in reuolutione ex figura residua, demptis à parallelogrammo, βΩ, quatuor hyperbolis, 9F7, ΦIΛ, LEΓ, ΣO3, esse vt parallelepipedum sub QV, & quadrato, VZ, vna cum parallelepipedo sub, QZ, & composito ex quadrato, SO, & $\frac{1}{3}$. quadrati, QZ, ab his dempto parallelepipedo sub, SO, & quadrato, OY, & $\frac{1}{3}$. cubi, OY, ad parallelepipedum sub, ΛΩ, & quadrato, Ω4, vna cum parallelepipedo sub, Λ4, & composito ex quadrato, SO, & $\frac{1}{3}$. quadrati, Λ4, dempto parallelepido sub, SO, & quadrato, O6, cum $\frac{1}{3}$. cubi, O6: *Sic etiam* patet esse quodlibet solidum similare genitum ex figura, TBFHRVQIPX, demptis solidis similaribus genitis ex opositis hyperbolis, AEC, MON, ad sibi similare genitũ ex figura, B9F72ΩΛIΦΛ, demptis solidis similaribus genitis ex oppositis hyperbolis, LEΓ, ΣO3, iuxta communem regulam, RV.

SECTIO POSTERIOR.

IN Coroll. colligitur eadem solida, genita nempè ex figuris, TBFHRVQIPX, β9F72ΩΛIΦΔ, iuxta communem regulam, RV, nihil ab eis dempto, esse vt dicta parallelepipeda, nihil pariter ab eisdem dempto.

SCHOLIVM.

SI verò intelligeremus, reuolutionem parallelogrammi, TV, non fieri circa, & Y; ſed circa, XV, vel illi parallelam, ſeu circa, TX, aut illi parallelam, quoniam figura, TBFHRV QIPX, exempli gratia, talis eſt, qualem poſtulant Propoſ. 29. & 30. lib. 3. vt facilè patet, ideò cylindrus, vel faſcia cylindrica genita ex parallelogrammo, TV, ad ſolidũ genitũ in tali reuolutione ex dicta figura, TBFHRV QIPX, erit vt dictum parallelogrammum, TV, ad dictam figuram, TBFHRV QIPX. Mitto autem hic pariter quamplurima, quæ adhuc circa hæc indaganda ſuperſunt, vt Lectori in his laborandi locus relinquatur. Hæc verò circa hyperbolam, & oppoſitas ſectiones pro nunc adinueniſſe ſit ſatis.

Finis Quinti Libri.